# INTERACCIÓN GRAVITATORIA (TEMAS 2,3,4)

Fernando Escudero Ramos/I.E.S. Fernando de los Ríos

# 1. Interacciones a distancia

Existen distintivos tipos de  Interacciones a distancia:

| | | |
|---|---|---|
| Muy fuerte | 1............ | Interacción nuclear fuerte |
| Fuerte | 10–2............ | Interacción electromagnética |
| Débil | 10–12............ | Interacción nuclear débil |
| Muy débil | 10–39............ | Interacción gravitatoria |

# 3.1. DESARROLLO DE LA LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Ley de gravitación universal:

Dos cuerpos cualesquiera del Universo se atraen mutuamente con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, *r*, que existe entre sus centros.

$$F = G\frac{M\,m}{r^2}$$

El valor de la constante que aparece en la ley de Newton fue calculado experimentalmente casi cien años más tarde por H. Cavendish, en 1798.

$$G = \frac{k\,\varphi\,r^2}{M\,m\,\ell} = 6{,}67\cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{N\,m^2}}{\mathrm{kg^2}}$$

*G* es la fuerza con que se atraen dos masas de 1 kg cada una cuando están situadas a 1 m de distancia.

Si *M* es la masa de la Tierra, *R* el radio de la misma y *m* la masa de un cuerpo situado sobre la superficie terrestre, la fuerza con que es atraído recibe el nombre de **peso del cuerpo** que, como sabemos, viene dado por la expresión F = m·g .

# 4. FUERZAS CONSERVATIVAS Y ENERGÍA MECÁNICA

Una **fuerza** es **conservativa** si el trabajo total realizado sobre un cuerpo, cuando este describe una trayectoria cerrada, es cero.

La **energía potencial** es una magnitud física cuya disminución mide el trabajo realizado por una fuerza conservativa. Se representa por $U$ o $E_p$.

El **trabajo** realizado por una fuerza conservativa es igual a la variación de la energía potencial del cuerpo sobre el que actúa, tomando como minuendo la energía potencial del punto de partida: $U_1 - U_2$.

$$W_{12} = \int_1^2 \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{r} = U_1 - U_2 = -(U_2 - U_1) = -\Delta U$$

La energía mecánica es constante si solo actúan fuerzas conservativas.

Así, $E_m = E_c + E_p =$ constante, expresión del principio de conservación de la energía mecánica.

$$W_{12} = \int_1^2 \vec{F}_c\,\mathrm{d}\vec{r} = \Delta E_c = -\Delta E_p$$

## 5.3 ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA TERRESTRE

Cuando estudiamos la Energía potencial en la tierra:

M: Masa de la tierra

m: Masa del cuerpo

R: Radio de la tierra

h: Altura del cuerpo

$$E_p = -\frac{GMm}{r} = -\frac{GMm}{(R+h)}$$

Cuando hablamos de la variación de Energía potencial que experimenta una masa m que varia de una posición A a otra B:

$$\Delta E_p = GMm\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right) \xrightarrow{(R >>> h)} \Delta E_p = mgh$$

# 6. APLICACIONES DE LA TEORÍA DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

## 6.1 Periodo de revolución y velocidad orbital

Cuando un movil se encuentra en órbita podemos igualar la fuerza gravitacional y la fuerza centripeta

$$F_g = F_c$$

$$G\frac{m\ M}{R_0^2} = m\frac{v^2}{R_0}$$

Despejando la velocidad llegamos a :

$$v = \sqrt{\frac{G\ M}{R_0}} = \sqrt{\frac{G\ M}{R_T + h}}$$

v: Velocidad orbital

De ahí podemos sacar también el periodo :

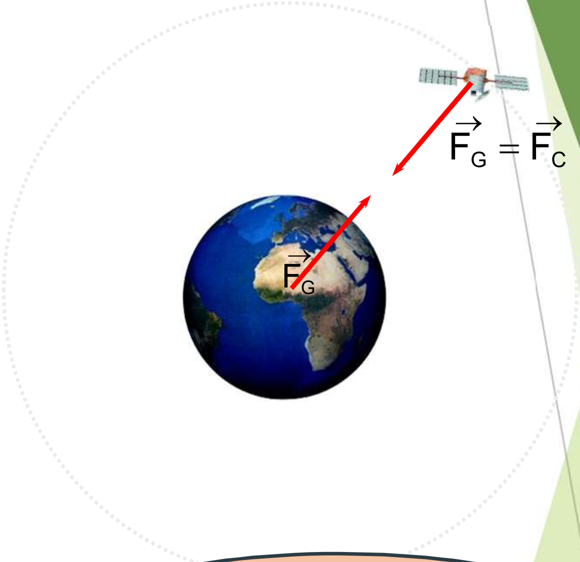
$$T = \frac{2\ \pi\ R_0}{v} = \frac{2\ \pi\ (R_T + h)}{\sqrt{\frac{G\ M}{R_T + h}}} = 2\ \pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G\ M}}$$

# 6. Aplicaciones de la Teoría de gravitación universal

## Satélites artificiales: energía total y energía de satelización

### Cálculo de la velocidad del satélite en la órbita

$$\sum F = F_c \Rightarrow G\frac{M_T\, m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = G\frac{M_T}{r}$$




### Cálculo de las energías cinética y potencial

$$E_c = \frac{1}{2}m\,v^2 = \frac{1}{2}G\frac{M_T\, m}{r} \Rightarrow \boxed{E_c = G\frac{M_T\, m}{2r}}$$

$$\boxed{E_p = -G\frac{M_T\, m}{r}}$$

### Cálculo de la energía total del satélite en órbita

$$E = G\frac{M_T\, m}{2r} - G\frac{M_T\, m}{r} = -G\frac{M_T\, m}{2r} \Rightarrow \boxed{E = -G\frac{M_T\, m}{2r}}$$

Esta formula solo puede usarse para cuerpos orbitando alrededor de otros. Para el resto: Em = Ec + Ep

### Cálculo de la energía de satelización

$$\left.\begin{aligned} &E_0 = E_f \Rightarrow E_{c,0} + E_{p,0} = E_{c,f} + E_{p,f} \\ &E_{c,0} - G\frac{M_T\, m}{R_T} = -G\frac{M_T\, m}{2r} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{E_{c,0} = G\,M_T\, m\left[\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2r}\right]}$$

# 6. Aplicaciones de la Teoría de gravitación universal

## Velocidad de lanzamiento de un satélite

- A partir del valor de la $E_c$ de satelización, la $v_0$ de lanzamiento necesaria para ponerlo en órbita circular desde la superficie terrestre, es:

$$E_{c,0} = \frac{1}{2} m v_0^2 = G M_T m \left[ \frac{1}{R_T} - \frac{1}{2r} \right] \Rightarrow \boxed{v_0 = \sqrt{2 G M_T \left[ \frac{1}{R_T} - \frac{1}{2r} \right]}}$$

## Velocidad de escape de un satélite

$$E_0 = E_f = 0$$
$$E_e + E_{p0} = 0$$

- Para que el satélite escape de la atracción terrestre, supondremos que se marcha al infinito, (r es infinito), y la energía de escape será: $E_e = G \frac{M_T m}{R_T}$

- La velocidad de escape será:

$$\left. \begin{array}{l} E_e = \frac{1}{2} m v_e^2 \\ g_0 = \frac{G M_T}{R_T^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{v_e = \sqrt{2 g_0 R_T}}$$

# 6. Aplicaciones de la Teoría de gravitación universal

## 6.2 Velocidad de escape de un cohete

1. La expresión $v_e = \sqrt{\frac{2\,G\,M}{R}}$ también es válida para objetos lanzados desde cualquier planeta de masa $M$ y radio $R$.
2. La velocidad de escape depende de la posición del punto de lanzamiento. Si se lanza desde una altura $h$ (Fig. 2.23), la velocidad de escape será:

$$v_e = \sqrt{\frac{2\,G\,M_T}{R_T + h}}$$

3. La velocidad de escape es independiente de la masa del objeto que se lanza. Por ejemplo, una nave espacial necesita la misma velocidad de escape que una molécula.
4. Para escapar de la atracción gravitatoria la distancia mínima a la que el objeto debe detenerse es $r = \infty$. En ese punto la energía mecánica será cero. Por tanto, si a un cohete se le imprime una velocidad inicial igual a la velocidad de escape, su energía mecánica inicial es cero.
5. Si la velocidad de lanzamiento es mayor que la velocidad de escape, la energía mecánica es mayor que cero, y el cohete llegará a una distancia «infinita» con cierta velocidad.
6. Si la velocidad de lanzamiento es menor que la velocidad de escape, el cuerpo quedará ligado a la atracción gravitatoria. En la Tabla 2.2 se indica la velocidad de escape de los planetas del sistema solar.
7. La velocidad de escape que hemos calculado es teórica, puesto que cualquier objeto lanzado desde la superficie de la Tierra hacia el exterior roza con la atmósfera y pierde parte de su energía. Por tanto, la velocidad real que se le ha de comunicar a un objeto para conseguir que abandone la Tierra y se aleje hasta el infinito tendrá que ser mayor que la velocidad de escape.

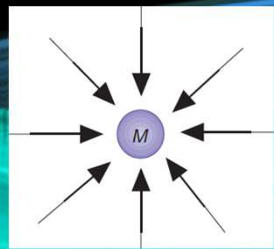
## 1. Interpretación de las interacciones a distancia. Concepto de campo.

Denominamos **campo de fuerzas** a la correspondencia inequívoca entre cada punto del espacio y una fuerza. Es decir, que a cada punto del espacio le corresponde una única fuerza.

Se dice que un **campo de fuerzas es conservativo** si el trabajo realizado por la fuerza del campo a lo largo de un camino cerrado es cero. Para el campo gravitatorio será:

$$W = \oint \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{r} = \int_{T_A}^{T_A} -G\,M\,m/r^2\,\vec{u}\,\mathrm{d}\vec{r} = G\,M\,m\left(\frac{1}{r}\right)\Bigg|_{r_A}^{r_A} = 0$$

**Las Líneas de Campo** son una representación gráfica de los campos de fuerza. Cada línea indica el camino que seguiría, inicialmente y partiendo del reposo, la masa de prueba colocada en un punto de dicha línea.



## 2.Campo gravitatorio

Se dice que existe un **campo gravitatorio** en una región del espacio si una masa, *m*, colocada en un punto de esa región, experimenta una fuerza gravitatoria.

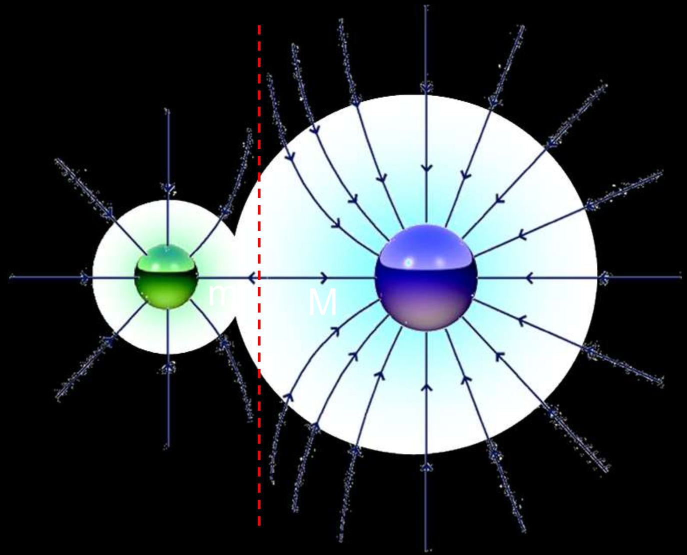
La fuerza central que define el campo gravitatorio es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, como afirma la **ley de la gravitación universal**:

$$\vec{F} = -G\frac{m\,M}{r^2}\vec{u}$$

## 2.Campo gravitatorio

### Representación del campo

- Los campos de fuerzas se representan mediante líneas de campo
- En el campo gravitatorio, las líneas de campo no parten de ningún punto definido, carecen de fuentes, y acaban en los cuerpos con masa o sumideros (Campos Centrales)




**Características de las líneas de campo**

- Módulo: se indica mediante la densidad de líneas de campo
- Dirección del campo en un punto es la tangente a la línea en dicho punto
- El sentido viene indicado por la flecha, y es el que seguiría la unidad de masa colocada en dicha línea por efecto de las fuerzas del campo

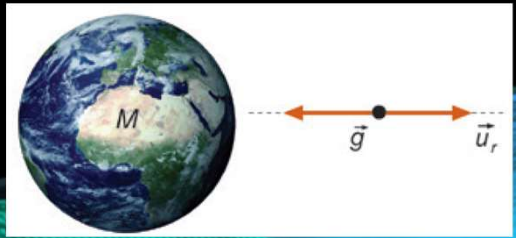
## 3. Intensidad de campo gravitatorio

Se denomina **intensidad de un campo gravitatorio** en un punto a la fuerza que ejerce el campo sobre la unidad de masa colocada en dicho punto. Se representa por $\vec{g}$, y tiene las dimensiones de una aceleración.

$$\vec{F} = m\,\vec{g} \quad \Rightarrow \quad \vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-G\,M\,m}{m\,r^2}\vec{u}_r = -G\frac{M}{r^2}\vec{u}_r = \vec{g}, \text{ en N/kg;}$$

$$|\vec{g}| = G\frac{M}{r^2}$$

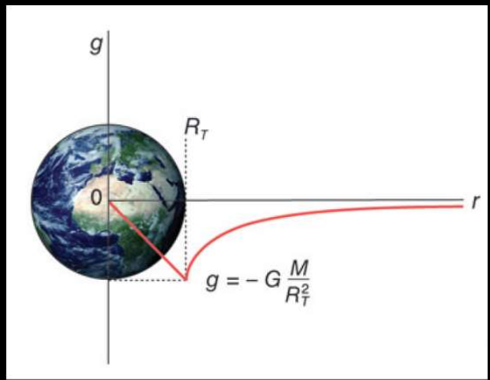
- El vector intensidad de campo gravitatorio siempre está dirigido hacia la masa que lo crea.
- La intensidad del campo gravitatorio en cada punto viene dada por la aceleración que experimenta un objeto colocado en dicho punto.
- Esta aceleración gravitatoria es independiente de la masa del objeto atraído.
- A todo punto del espacio que rodea a la Tierra se le puede asociar un vector **g**.




**Llamamos campo gravitatorio a la perturbación que un cuerpo produce en el espacio que lo rodea por el hecho de tener masa.**

## 3.1. Variación de la intensidad del campo gravitatorio con la distancia

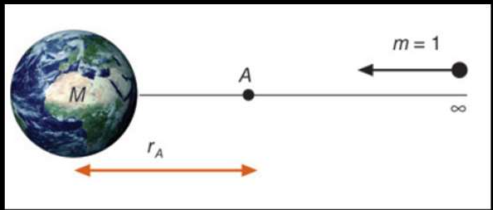
El campo de un cuerpo de forma esférica toma el máximo valor en los puntos de la superficie. Es decir, cuando la distancia vale r. El campo disminuye tanto si nos alejamos del centro D > r, como si nos acercamos al centro de la esfera, D < r.




| Campo gravitatorio terrestre | |
|---|---|
| Interior | $g_h = g_0 \dfrac{R_T - h}{R_T}$ |
| Exterior | $g_h = g_0 \dfrac{{R_T}^2}{(R_T + h)^2}$ |

## 4. Potencial gravitatorio terrestre.

Se denomina **potencial** en un punto *A* del campo (Fig 4.12) al trabajo realizado por la fuerza central para trasladar la unidad de masa sometida a la acción del campo desde el infinito, donde suponemos que el campo es nulo, hasta dicho punto.




$$V_A = \frac{W_A}{m} = \frac{1}{m}\int_{\infty}^{A} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{m}\int_{\infty}^{A} |\vec{F}| \cdot |d\vec{r}| = \frac{1}{m}\int_{\infty}^{A} \frac{+GMm}{r^2}\, |d\vec{r}| = GM \int_{\infty}^{A} \frac{|d\vec{r}|}{r^2} = -\frac{GM}{r_A}$$

$$V_A = -\frac{GM}{r_A}, \text{ en J/kg}$$

- Todos los puntos que se encuentran a la misma distancia tienen el mismo potencial, a esto se le llama **superficie equipotencial.**
- El potencial gravitatorio siempre es negativo, y cero a una distancia infinita.

## 4.1 Diferencia de potencial entre dos puntos

Se llama **diferencia de potencial gravitatorio** entre dos puntos de un campo al trabajo realizado para trasladar la unidad de masa desde un punto al otro punto.

$$V_B - V_A = \frac{-GM}{r_B} - \left(\frac{-GM}{r_A}\right) = -GM\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

- Los cambios producidos en la energía potencial, indican el trabajo realizado por las fuerzas del campo
- Este trabajo no depende del camino recorrido sino de las posiciones inicial (A) y final (B) en las que se encuentra el cuerpo

$$W = -\Delta E_p$$

**Teorema de la energía potencial** En un campo conservativo el trabajo realizado por las fuerzas del campo es igual a la variación de la energía potencial cambiada de signo

$E_p = V \cdot m \quad \Rightarrow \quad W = -\Delta E_p = -m\,\Delta V = m\,(V_A - V_B)$

Trabajo realizado por el campo gravitatorio para trasladar la masa del punto A al B.