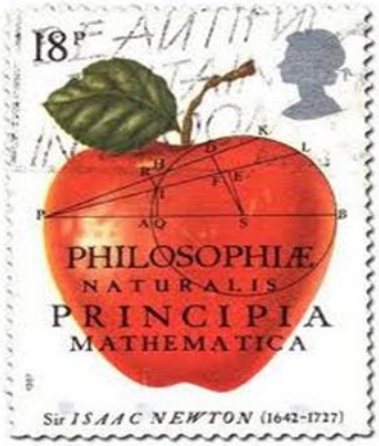
# FÍSICA Y QUÍMICA // 1º BACHILLERATO.

- TEMA 1. FORMULACIÓN INORGANICA.
- TEMA 2. INTRODUCCIÓN A LA QUÍMICA
- TEMA 3. TRANSFORMACIONES QUÍMICAS. ESTEQUIOMETRÍA.
- TEMA 4. ESTRUCTURA ATÓMICA, SISTEMA PERIODICO Y ENLACE QUÍMICO.
- TEMA 5. FORMULACIÓN ORGANICA.
- TEMA 6. CINEMATICA
- TEMA 7. DINAMICA.
- TEMA 8. ENERGÍA.
- TEMA 9. ELECTRICIDAD.




# DINAMICA.

**TEMA 7**

TEMARIO FÍSICA Y QUÍMICA.

Fernando Escudero Ramos.

I.E.S. FERNANDO DE LOS RÍOS (QUINTANAR DEL REY)

*1. LAS FUERZAS Y SU MEDIDA.....3*

1.1. FUERZAS Y DEFORMACIONES: LEY DE HOOKE.....4

*2. CARÁCTER VECTORIAL DE LAS FUERZAS.....4*

*3. LAS FUERZAS Y LOS MOVIMIENTOS.....5*

*4. PRIMERA LEY DE NEWTON.....6*

*5. SEGUNDA LEY DE NEWTON. .....7*

*6. TERCERA LEY DE NEWTON.....8*

*7. LA INTERACCIÓN GRAVITATORIA.....8*

*8. EL EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS..... 10*

*9. IMPULSO MECÁNICO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO..... 11*

*10. APLICACIONES DE LA DINÁMICA. ..... 12*

10.1. ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA DINÁMICA. ..... 12

10.2 MOVIMIENTO RECTILÍNEO POR LA ACCIÓN DE FUERZAS CONSTANTES. ..... 14

10.3. MOVIMIENTO DE CUERPOS ENLAZADOS..... 17

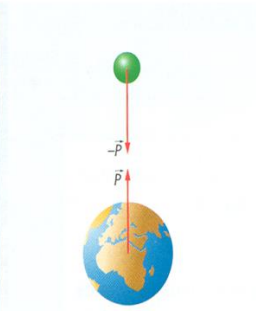
10.4. LAS FUERZAS DE ROZAMIENTO. ..... 18

10.5. DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR. ..... 21

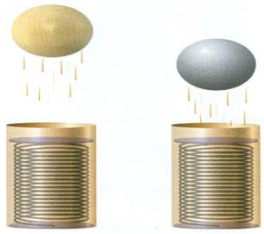
# *1. LAS FUERZAS Y SU MEDIDA.*

- **EL ORIGEN DE LAS FUERZAS.**
- La ciencia nos ha enseñado que los cuerpos no tienen fuerza: los cuerpos tienen energía.
- **Las fuerzas surgen cuando los cuerpos interaccionan entre sí.**
- Si no se producen interacciones entre dos cuerpos, no hay fuerzas.

- **¿CÓMO ACTÚAN LAS FUERZAS?**
- En muchas ocasiones, la interacción entre los cuerpos se produce por contacto directo entre ambos, como ocurre al comprimir un muelle o darle una patada a un balón: son las **fuerzas de contacto**.
- Sin embargo, hay fuerzas que pueden actuar a grandes distancias, como ocurre con las fuerzas gravitatorias y las electromagnéticas: las llamamos **fuerzas a distancia**.
- En ambos casos, las fuerzas son siempre consecuencia de la interacción entre dos cuerpos (o sistemas materiales) y, por tanto, **siempre aparecen por parejas**. Lo que ocurre es que lógicamente los **efectos de ambas fuerzas son diferentes**, porque actúan sobre cuerpos de masas muy distintas.




*Las fuerzas, en este caso el peso, se ejercen de forma recíproca y con la misma intensidad entre los dos cuerpos que interaccionan.*



*La misma fuerza, actuando sobre una bola de madera y otra de plomo, producirá una mayor aceleración en la primera porque su masa es menor. Los efectos que las fuerzas producen dependen de las características de los cuerpos sobre los que actúan.*

- **DEFINICIÓN.**

- **Fuerza es toda causa capaz de producir modificación del estado de movimiento de los cuerpos (aceleraciones) o deformaciones sobre los cuerpos.**

- **DEFORMACIONES SOBRE LOS CUERPOS.**

- Las deformaciones que producen las fuerzas sobre los cuerpos dependen de la naturaleza de estos. Algunos se deforman permanentemente; son los **cuerpos plásticos**, y otros recuperan la forma inicial una vez que cesa la fuerza: son los **cuerpos elásticos**, como una lámina de acero o un muelle.
- Los **sólidos rígidos** no cambian prácticamente su forma al aplicarles una fuerza.
- En realidad todos tienen un comportamiento elástico mientras las fuerzas sean pequeñas, pero cuando estas aumentan y sobrepasan el denominado **límite de elasticidad**, cambian su comportamiento elástico por plástico.

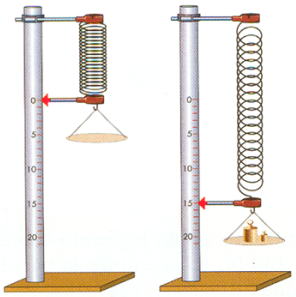
- **UNIDADES DE FUERZA.**

**Su unidad en el S.I. es el newton (N)**

## 1.1. FUERZAS Y DEFORMACIONES: LEY DE HOOKE.

- En los cuerpos elásticos existe una relación entre la fuerza aplicada y la deformación producida. Para investigarla se puede realizar una **experiencia** como la que se indica a continuación:
- Al aplicar sucesivas fuerzas sobre un muelle, se obtienen los correspondientes alargamientos que recogemos en la tabla

| Fuerza (N) | Longitud (m) | Deformación (m) |
|---|---|---|
| 0 | $\ell_0 = 0{,}2$ | 0 |
| 0,5 | 0,3 | 0,1 |
| 1 | 0,4 | 0,2 |
| 1,5 | 0,5 | 0,3 |

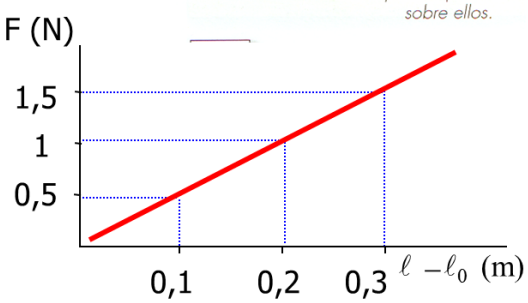


*De acuerdo con la ley de Hooke, las deformaciones que sufren los cuerpos elásticos son proporcionales a las fuerzas que se aplican sobre ellos.*

- Por tanto de acuerdo con la gráfica podemos afirmar que: **las deformaciones son directamente proporcionales a las fuerzas.**
- La expresión matemática de esta relación se conoce como **ley de Hooke:**

$$F = k \cdot \Delta l \rightarrow \Delta l = l - l_0$$

- Siendo k una constante de proporcionalidad (constante de recuperación del muelle), que depende de su naturaleza y que hay que determinar experimentalmente para cada muelle. Su unidad en el S.I es N/m



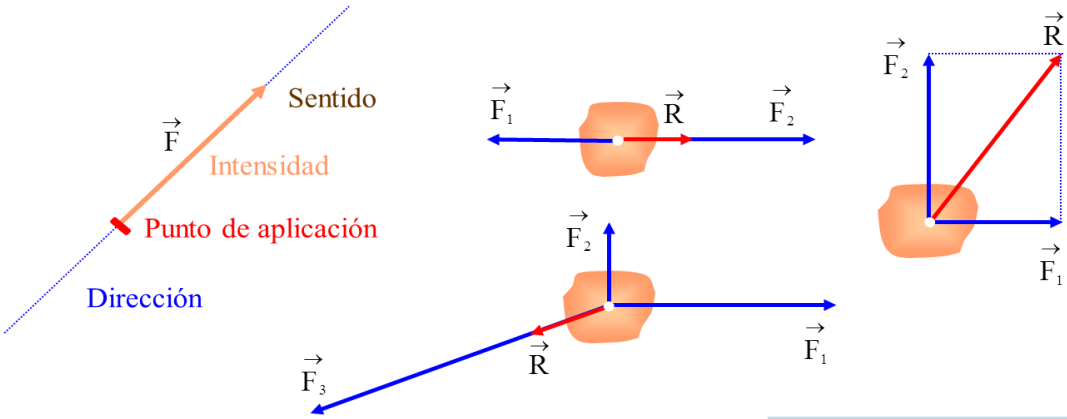

Si en la representación gráfica de la experiencia hubiésemos obtenido una línea curva. Indicaría que el objeto en estudio no es perfectamente elástico.

## 2. CARÁCTER VECTORIAL DE LAS FUERZAS.

**La fuerza es una magnitud vectorial**

Composición de fuerzas

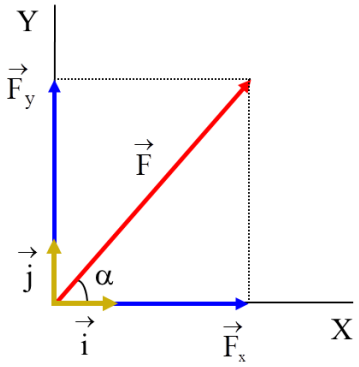
- Las fuerzas son magnitudes físicas con carácter vectorial. Sus efectos dependen de su intensidad, dirección, sentido y punto de aplicación.




En general: $\vec{R} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3 + \ldots$

La Resultante R de un sistema de fuerzas que actúa sobre un cuerpo es la suma vectorial de todas las fuerzas del sistema.

### Coordenadas cartesianas: componentes de una fuerza



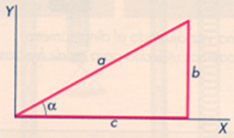

- Se puede escribir el vector $\vec{F}$ como suma de otros dos dirigidos según los ejes X e Y
- Se puede expresar de 3 formas:

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$
$$\vec{F} = F_x\,\vec{i} + F_y\,\vec{j}$$
$$\vec{F}\,(F_x, F_y)$$

**Razones trigonométricas**

Recuerda que, como habrás estudiado en matemáticas:

$sen\,\alpha = \frac{b}{a}$ ; $cos\,\alpha = \frac{c}{a}$ ; $tg\,\alpha = \frac{b}{c}$




Con las razones trigonométricas podemos calcular cualquiera de los lados del triángulo:

$b = a \cdot sen\,\alpha$ ; $c = a \cdot cos\,\alpha$

Y esto podemos utilizarlo en la composición y descomposición de fuerzas.

- El módulo de un vector $\vec{F}$ : $|\vec{F}| = F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$
- La suma de dos fuerzas: $\vec{F}_1 = F_{1x}\,\vec{i} + F_{1y}\,\vec{j}$

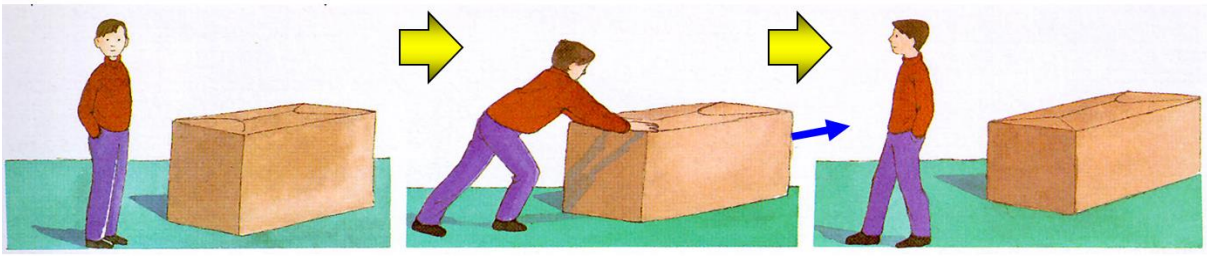
$$\vec{F}_2 = F_{2x}\,\vec{i} + F_{2y}\,\vec{j}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (F_{1x} + F_{2x})\,\vec{i} + (F_{1y} + F_{2y})\,\vec{j}$$

- Las componentes de una fuerza se obtienen a partir de consideraciones geométricas por descomposición de una fuerza : $F_x = F\cos\alpha$ ; $F_y = F\,sen\,\alpha$

## 3. LAS FUERZAS Y LOS MOVIMIENTOS

### Relación entre fuerza y movimiento



El objeto se encuentra en reposo sobre un plano horizontal

Si queremos ponerlo en movimiento, habrá que empujarlo o tirar de él

Al cesar la fuerza, el objeto se detiene

- Para poner un cuerpo en movimiento partiendo del reposo, es necesario ejercer una fuerza sobre él
- No se necesita la acción de una fuerza para que un cuerpo mantenga su MRU o permanezca en reposo
- La parte de la Física que estudia el movimiento de los cuerpos en relación con las fuerzas que lo producen es la dinámica.

### Los principios de Newton

**1ª Ley (ley de la inercia)**

Si la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo es nula, el cuerpo o bien está en reposo, o bien tiene un movimiento rectilíneo uniforme.

**2ª Ley (ley fundamental de la dinámica)**

Existe una relación constante entre las fuerzas aplicadas a un cuerpo y las aceleraciones producidas. Esta constante se denomina masa inercial del cuerpo

$$\frac{\vec{F}_1}{\vec{a}_1} = \frac{\vec{F}_2}{\vec{a}_2} = \frac{\vec{F}_3}{\vec{a}_3} = \ldots = cte = m$$

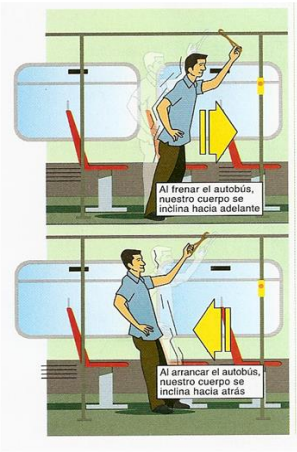
**3ª Ley (principio de acción y reacción)**

Para cada acción, existe siempre una reacción de la misma intensidad pero dirigida en sentido contrario

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Las leyes de Newton permiten resolver cualquier problema de mecánica entre cuerpos con velocidades muy inferiores a los de la luz y tamaños muy superiores a los de las partículas atómicas

## *4. PRIMERA LEY DE NEWTON.*




- Sabemos por experiencia que para que un balón de futbol en reposo se ponga en movimiento debemos aplicar una fuerza sobre él. También sabemos que si dicho balón se mueve con velocidad constante es preciso aplicarle una fuerza para que se detenga.
- Esta propiedad de los cuerpos de oponerse a todo cambio en su estado de reposo o de movimiento recibe el nombre de inercia.
- **Un cuerpo permanece en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme si no actúa ninguna fuerza sobre él, o si la resultante de las fuerzas que actúan es nula.**
- Matemáticamente, podríamos expresarlo así:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow v = cte$$

- El método experimental llevó a **Galileo** a afirmar que los movimientos producidos en un objeto sobre un plano horizontal no eran permanentes debido a la existencia de fuerzas de rozamiento que los frenan. Sin embargo, la **ausencia total de estas fuerzas** permitiría que los cuerpos **mantuviesen su movimiento** rectilíneo uniforme.
- Un **ejemplo** de ausencia prácticamente total de fuerzas de rozamiento se da en el espacio. Las **naves espaciales**, como la Pioneer, aprovechan el estado de movimiento que les proporciona el empuje de sus motores, durante un corto espacio de tiempo, para moverse indefinidamente. De este modo pueden abandonar el sistema solar y moverse por el espacio exterior

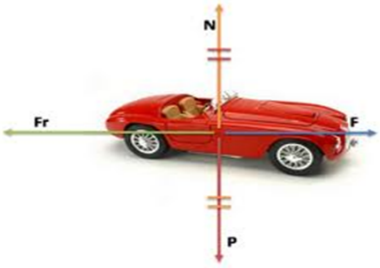
# 5. SEGUNDA LEY DE NEWTON.

## Segundo principio de Newton. Ley fundamental de la dinámica.

Si sobre un cuerpo actúa una fuerza resultante, éste adquiere una aceleración directamente proporcional a la fuerza aplicada, siendo la masa del cuerpo la constante de proporcionalidad.

- En general $\sum_i \vec{F}_i = m\,\vec{a}$ Ecuación fundamental de la dinámica

- La masa representa una medida de la inercia del cuerpo: cuánto mayor es la masa del cuerpo, mayor es la oposición a variar su estado de reposo o de M.R.U.




## Aplicación del segundo principio

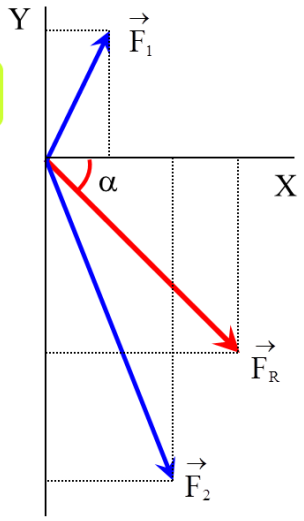
Un cuerpo de 2 kg está sometido a dos fuerzas $\vec{F}_1 = 2\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$ N y $\vec{F}_2 = 4\,\vec{i} - 10\,\vec{j}$ N
a) Calcular el módulo y la dirección de la fuerza resultante b) ¿Cuál es la aceleración de este cuerpo? c) ¿Cuál es su velocidad al cabo de 5 s, suponiendo que inicialmente estaba en reposo?

### a) Cálculo del módulo y dirección

$$\vec{F}_R = (2\,\vec{i} + 4\,\vec{j}) + (4\,\vec{i} - 10\,\vec{j}) = (6\,\vec{i} - 6\,\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}_R = (6\,\vec{i} - 6\,\vec{j})$$

$$F_R = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 8{,}48\,\text{N} \Rightarrow F_R = 8{,}48\ \text{N}$$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{F_y}{F_x} = \frac{-6}{6} = -1 \Rightarrow \alpha = -45^o$$




### b) Cálculo de la aceleración

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{8{,}48}{2} = 4{,}24 \Rightarrow a = 4{,}24\ \text{m/s}^2$$

### c) Cálculo de la velocidad si t = 5 s y $v_0 = 0$

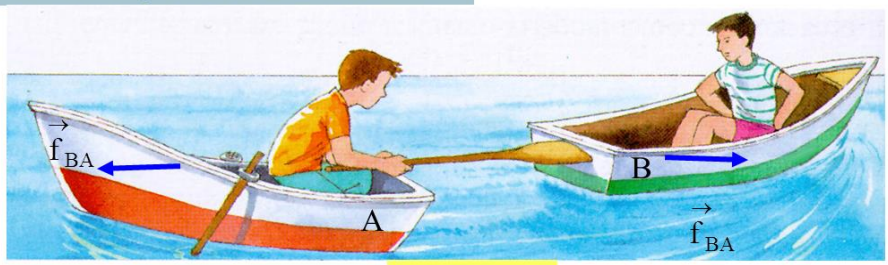
$$v = v_0 + a\,t = 0 + 4{,}24 \cdot 5 = 21{,}2 \Rightarrow v = 21{,}2\ \text{m/s}$$

## 6. TERCERA LEY DE NEWTON.

### Las fuerzas nunca actúan solas

- Las fuerzas que actúan sobre un cuerpo siempre son debidas a la presencia de otros cuerpos más o menos próximos
- Si un cuerpo ejerce una fuerza (acción) sobre un segundo, éste a su vez, ejerce otra igual y de sentido contrario (reacción) sobre el primero

### Las fuerzas de acción y reacción no se anulan



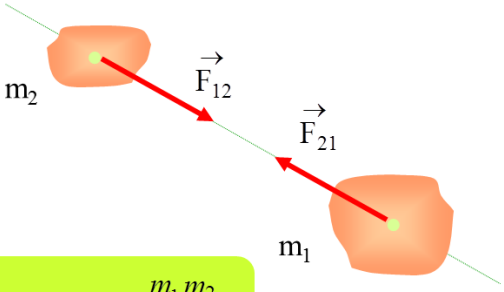

$$\vec{f}_{AB} = -\vec{f}_{BA}$$

- Las fuerzas se ejercen sobre cuerpos diferentes, por eso no se anulan
- Fuerzas iguales pueden producir aceleraciones diferentes en dichos cuerpos

## 7. LA INTERACCIÓN GRAVITATORIA.

### Ley de la gravitación universal

Dos cuerpos se atraen mutuamente con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.



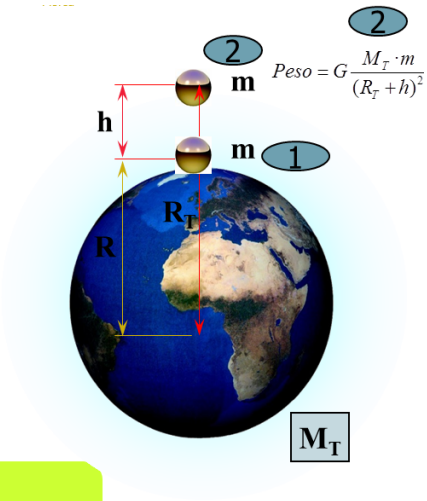

**Newton:** $F_N = G\dfrac{m_1 m_2}{d^2}$

### Características

- Se ejerce entre dos masas cualesquiera. Es universal. Siempre atractiva
- No es posible aislar un cuerpo de la influencia del otro
- La fuerza gravitatoria se aplica en un punto llamado centro de gravedad del cuerpo
- Las distancias entre los cuerpos se toman entre sus centros de gravedad
- Cavendish determinó el valor de la constante: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$

## El peso de los cuerpos

- Es la fuerza con que la Tierra los atrae
- Es un caso particular de la Ley de Newton
- La dirección es radial y el sentido dirigido hacia el centro de la Tierra
- El peso se aplica en el centro de gravedad del cuerpo
- La intensidad de la fuerza en el S.I. es:




$$\text{Peso} = G\frac{M_T \cdot m}{R_T^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}}{6350000^2} \cdot m = 9{,}8 \cdot m \quad (1)$$

La constante de esta fuerza tiene unidades de aceleración y se conoce como **aceleración de la gravedad: g = 9,8 m/s²**. Es la aceleración que sufren los cuerpos que se encuentran cerca de la superficie de la tierra.

El peso es la fuerza con que la Tierra atrae a los cuerpos que se encuentran sobre ella: **P = m · g**

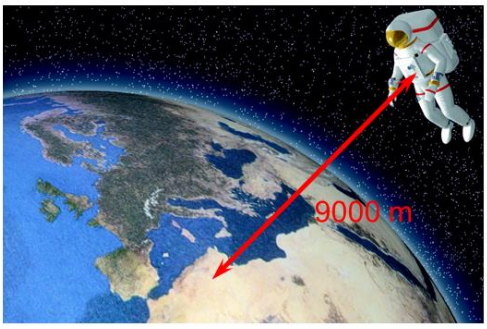
## Aplicación al cálculo del peso de un cuerpo a cierta altura

Si una persona pesa 686 N en la superficie de la Tierra, ¿cuánto pesará a 9000 m de altura?

Datos: $G = 6{,}67.10^{-11}$ N m²kg⁻² ; $R_T = 6370$ km ; $M_T = 5{,}99.10^{24}$ kg

- Cálculo de la masa en la superficie terrestre

$$m = \frac{F_0}{g_0} = \frac{686}{9{,}8} = 70 \text{ kg}$$



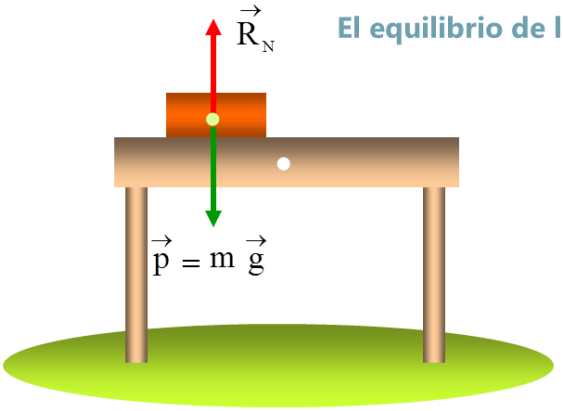

- Cálculo del peso a 9000 m de altura

La fuerza gravitatoria tanto a dicha distancia como sobre la superficie terrestre es:

$$\left.\begin{array}{l} F = G\dfrac{M_T\ m}{(R_T+h)^2} \\[2ex] F_0 = G\dfrac{M_T\ m}{R_T^2} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{F}{F_0} = \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2} \Rightarrow F = \frac{F_0 \cdot (6370 \cdot 10^3)^2}{(6370 \cdot 10^3 + 9000)^2} = 684{,}06 \text{ N}$$

Luego el peso de la persona a 9000 m será: **F = 684,06 N**

# 8. EL EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS.




## El equilibrio de los cuerpos. Equilibrio y tercer principio

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

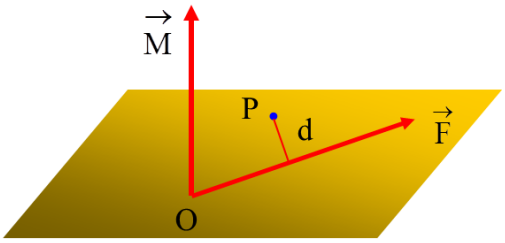
$$\vec{R}_N + (-\vec{p}) = m \cdot 0$$

$$\vec{R}_N = \vec{p} = m \cdot \vec{g}$$

**Primera condición de equilibrio**: La suma de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo debe ser nula. Esta condición logra que un cuerpo en reposo no se desplace.

**ΣF = 0**

### Momento de una fuerza




$\vec{M}$ es perpendicular al plano formado por $\vec{F}$ y P

- Aunque la fuerza resultante sobre un cuerpo sea nula, éste no siempre está en equilibrio, ya que los efectos de las fuerzas dependen de su punto de aplicación
- Los giros que producen las fuerzas en los cuerpos, se describen mediante sus momentos $\vec{M}$

El momento de una fuerza respecto a un punto P es un vector cuyo módulo es:

**M = F · d · senα**

- **Segunda condición de equilibrio**: la suma de los momentos de las fuerzas respecto a cualquier punto del cuerpo, debe ser nula. Esta condición logra que un cuerpo en reposo, no gire.

**ΣM = 0**

# 9. IMPULSO MECÁNICO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO.

## Cantidad de movimiento

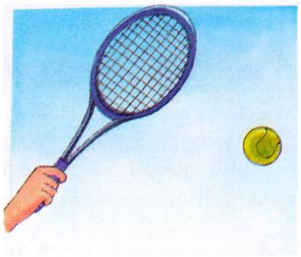
Llamamos momento lineal o cantidad de movimiento, p, de un cuerpo al producto de su masa por su velocidad.

A partir de la Ecuación fundamental de la dinámica

- Se define $\vec{p} = m\,\vec{v}$ $\Rightarrow$ $\sum_i \vec{F}_i = m\,\vec{a} = m\,\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{m\,\vec{v} - m\,\vec{v}_0}{\Delta t} = \dfrac{\vec{p} - \vec{p}_0}{\Delta t} = \dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$

La fuerza neta que actúa sobre un cuerpo durante un cierto tiempo, produce una variación de su cantidad de movimiento

## Impulso de una fuerza



- Es el producto de una fuerza por el tiempo que actúa sobre un cuerpo

$$\vec{I} = \vec{F}\cdot\Delta t = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}\cdot\Delta t = \Delta\vec{p} = m\,\vec{v} - m\,\vec{v}_0$$

- El impulso de una fuerza ejercida sobre un cuerpo, se emplea en variar su cantidad de movimiento

## Conservación de la cantidad de movimiento

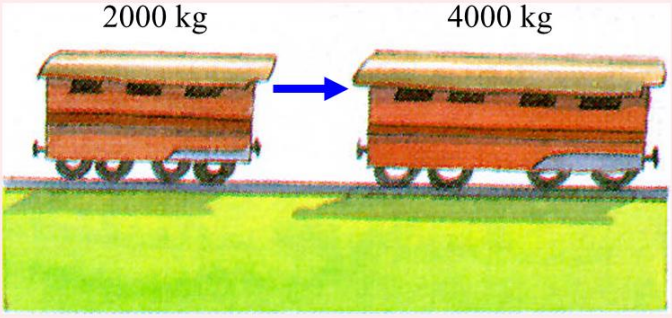
- El disparo produce un retroceso del arma
- El fusil recibe un impulso igual y de sentido contrario

$$\vec{I}_f = -\vec{I}_p$$

- Cuando no actúa ninguna fuerza exterior sobre un sistema, la cantidad de movimiento se mantiene constante.
- $I = F\cdot\Delta t = 0 = \Delta p \rightarrow p_0 = p_f$

### Problema de choques

Un vagón de 2000 kg se mueve a 3 m/s por una vía horizontal y choca con otro de 4000 kg en reposo. Después del choque se acoplan y se mueven juntos. Calcular su velocidad




- Considerando los dos vagones como un conjunto, la cantidad de movimiento se mantiene constante tanto antes como después del enganche

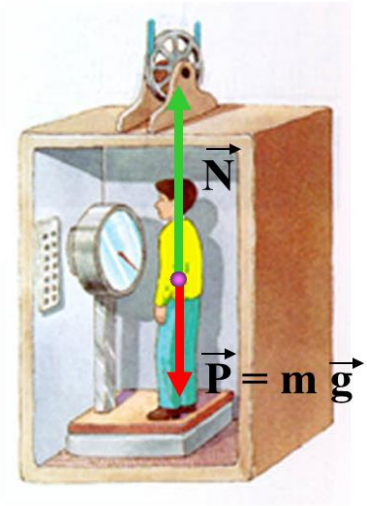
- $$\underbrace{\vec{p}_{\text{antes del choque}}} = \underbrace{\vec{p}_{\text{después del choque}}}$$

$$2000 \cdot 3\vec{i} + 4000 \cdot (0\vec{i} + 0\vec{j}) = (2000 + 4000) \cdot \vec{v} \Rightarrow \boxed{\vec{v} = 1\,\vec{i}} \Rightarrow \boxed{v = 1 \text{ m/s}}$$

## *10. APLICACIONES DE LA DINÁMICA.*

### 10.1. ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA DINÁMICA.

#### Aplicaciones del 2º principio: indicación de la báscula ( I )



$$\sum \vec{f}_i = m\,\vec{a}$$

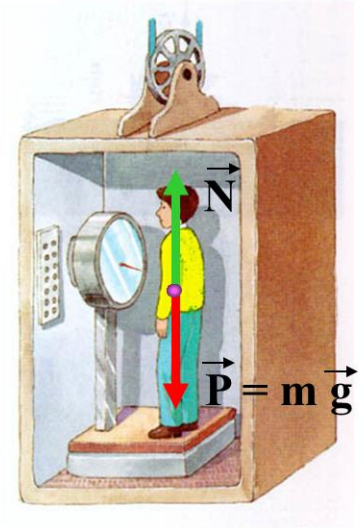
$$N - P = m\,a$$

$$N = m\,(g + a)$$

Fuerza sobre la báscula = $-\vec{N}$

Llamamos fuerza normal, N, a la fuerza que ejerce la superficie de apoyo de un cuerpo sobre éste.

## Aplicaciones del 2º principio: indicación de la báscula ( II )




$\vec{v} = cte$

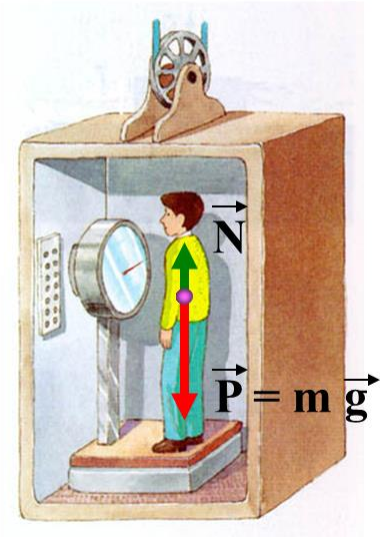
$$\sum \vec{f_i} = m\,\vec{a}$$

$$N - P = 0$$

$$N = P = m\,g$$

Fuerza sobre la báscula = $-\vec{N}$

## Aplicaciones del 2º principio: indicación de la báscula ( III )




$\vec{a}$

$$\sum \vec{f_i} = m\,\vec{a}$$

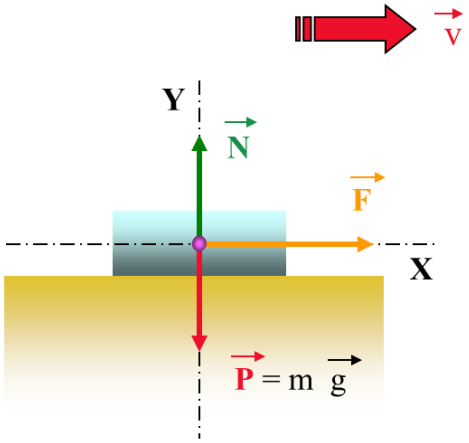
$$N - P = -\,m\,a$$

$$N = m\,(g - a)$$

Fuerza sobre la báscula = $-\vec{N}$

## 10.2 MOVIMIENTO RECTILÍNEO POR LA ACCIÓN DE FUERZAS CONSTANTES.

### Movimiento de un cuerpo sobre un plano horizontal liso ( I )




F : fuerza aplicada

- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\sum f_{ix} = F = m\, a_x$$

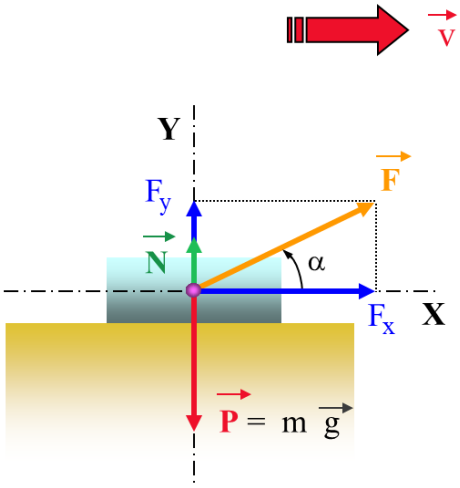
El cuerpo adquiere un MRUA de aceleración

$$a_x = \frac{F}{m}$$

- Fuerzas en la dirección del eje Y

$$\sum f_{iy} = N - P = 0 \Rightarrow N = m\, g$$

### Movimiento de un cuerpo sobre un plano horizontal liso ( II )




F : fuerza aplicada

$$\begin{cases} F_x = F \cos\alpha \\ F_y = F \operatorname{sen}\alpha \end{cases}$$

- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\sum f_{ix} = m\, a_x \Rightarrow F_x = m\, a_x$$

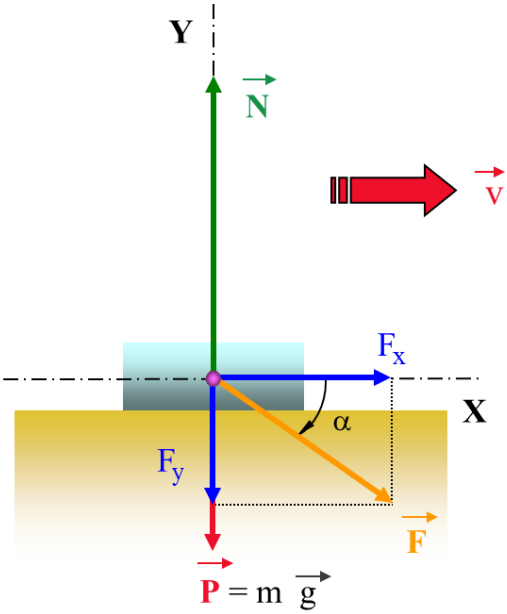
$$a_x = \frac{F_x}{m}$$

- Fuerzas en la dirección del eje Y

$$\sum f_{iy} = m\, a_y \Rightarrow N + F_y - P = m\, a_y$$

$$a_y = \frac{N + F_y - P}{m}$$

## Movimiento de un cuerpo sobre un plano horizontal liso ( III )




$\vec{F}$ : fuerza aplicada

$$\begin{cases} F_x = F \cos \alpha \\ F_y = F \operatorname{sen} \alpha \end{cases}$$

- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\sum f_{ix} = m\, a_x \Rightarrow F_x = m\, a_x$$

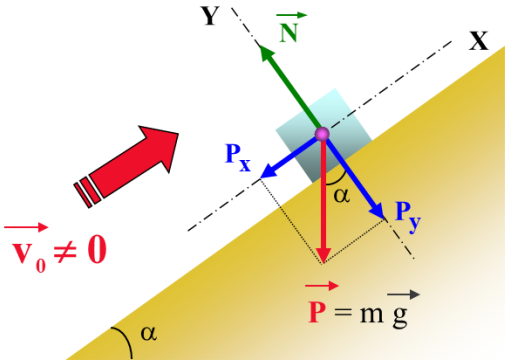
$$a_x = \frac{Fx}{m}$$

- Fuerzas en la dirección del eje Y

$$\sum f_{iy} = m\, a_y \Rightarrow N - F_y - P = 0$$

$$N = P + F_y$$

## Movimiento de un cuerpo sobre un plano inclinado liso ( I )




La fuerza inicial impulsora no se contabiliza

$$\begin{cases} P_x = mg \operatorname{sen} \alpha \\ P_y = mg \cos \alpha \end{cases}$$

- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\sum f_{ix} = m\, a_x \Rightarrow -P_x = m\, a_x \Rightarrow$$

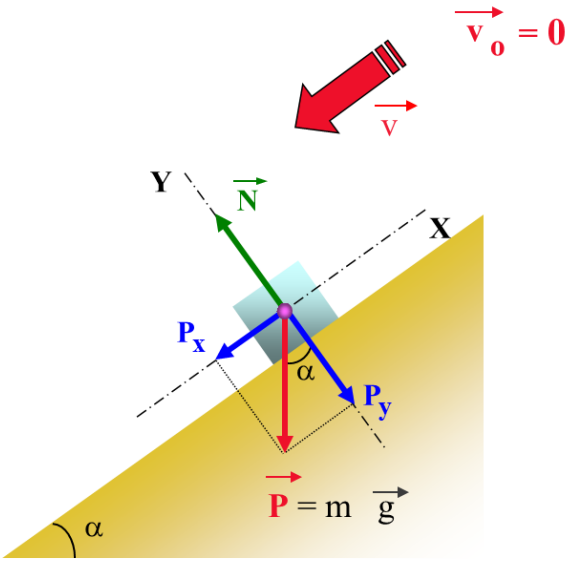
$$-mg \operatorname{sen} \alpha = m\, a_x \Rightarrow a_x = -g \operatorname{sen} \alpha$$

- Fuerzas en la dirección del eje Y

$$\sum f_{iy} = m\, a_y \Rightarrow N - P_y = 0$$

$$N = P_Y$$

## Movimiento de un cuerpo sobre un plano inclinado liso ( II )




$$\begin{cases} P_x = mg \ \text{sen}\ \alpha \\ P_y = mg \ \cos\alpha \end{cases}$$

- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\sum f_{ix} = m\,a_x \Rightarrow -P_x = m\,a_x$$

$$-mg\ \text{sen}\ \alpha = m\,a_x$$

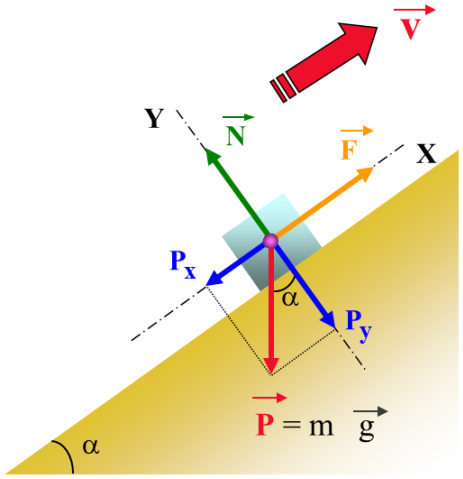
$$a_x = -g\ \text{sen}\ \alpha$$

- Fuerzas en la dirección del eje Y

$$\sum f_{iy} = m\,a_y \Rightarrow N - P_y = 0$$

$$N = P_y$$

## Movimiento de un cuerpo sobre un plano inclinado liso ( III )




$\vec{F}$ : fuerza aplicada

$$\begin{cases} P_x = mg \ \text{sen}\ \alpha \\ P_y = mg \ \cos\alpha \end{cases}$$

Para que el cuerpo suba, $F > P_x$

- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\sum f_{ix} = m\,a_x \Rightarrow F - P_x = m\,a_x$$

$$F - mg\ \text{sen}\ \alpha = m\,a_x$$

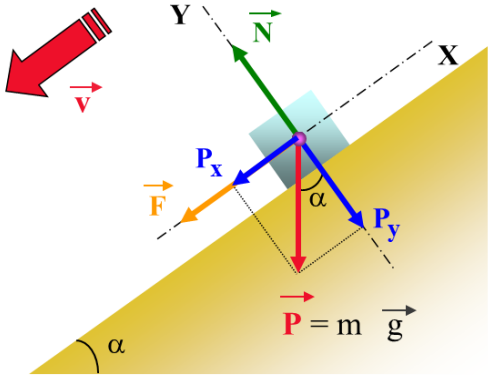
Luego la aceleración del cuerpo será:

$$a_x = \frac{1}{m}\left(F - m\,g\ \text{sen}\ \alpha\right)$$

- Fuerzas en la dirección del eje Y

$$\sum f_{iy} = m\,a_y \Rightarrow N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y$$

### Movimiento de un cuerpo sobre un plano inclinado liso (IV )




$\vec{F}$ : fuerza aplicada

$$\begin{cases} P_x = mg \ \text{sen}\ \alpha \\ P_y = mg \ \cos\alpha \end{cases}$$

- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\Sigma f_{ix} = m\, a_x \Rightarrow -F - P_x = m\, a_x$$

$$-F - mg\ \text{sen}\ \alpha = m\, a_x$$

Luego la aceleración del cuerpo será:

$$a_x = -\frac{1}{m}\left(F + m\, g\ \text{sen}\ \alpha\right)$$

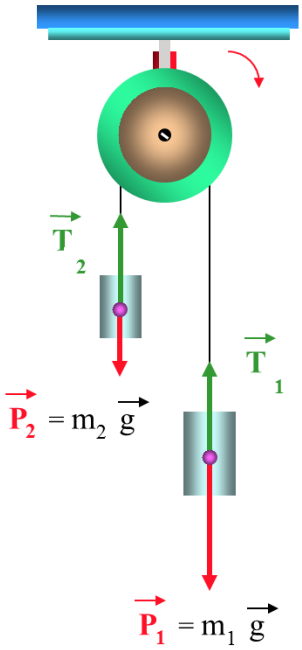
- Fuerzas en la dirección del eje Y

$$\Sigma f_{iy} = m\, a_y \Rightarrow N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y$$

## 10.3. MOVIMIENTO DE CUERPOS ENLAZADOS.

### Movimientos de cuerpos enlazados ( I ). Máquina de Atwood

$T_1 = T_2$ (cuerda y polea sin masa)




- Aplicación del 2º principio a todo el Sistema.

$$\Sigma F = m \cdot a$$

$$P_1 - T + T - P_2 = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$P_1 - P_2 = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$$

- Aplicación del 2º principio al cuerpo 1.

$$\Sigma F = m \cdot a$$

$$P_1 - T = m_1 \cdot a \rightarrow T = m_1\,(g - a)$$

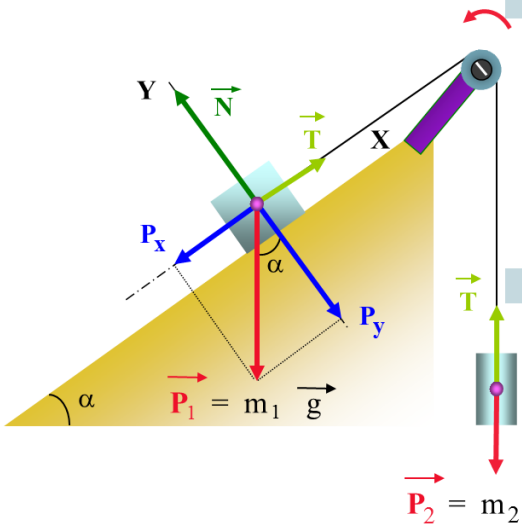
- Aplicación del 2º principio al cuerpo 2.

$$\Sigma F = m \cdot a$$

$$T - P_2 = m_2 \cdot a \rightarrow T = m_2\,(g + a)$$

**Criterio signo enlazados**: Positivo los que tengan el sentido del movimiento
Si en el resultado la aceleración sale negativa es que el sentido era contrario

**Movimientos de cuerpos enlazados ( II )** $T_1 = T_2$ (cuerda y polea sin masa)




- Aplicación del 2º principio a todo el Sistema.

$\Sigma F = m \cdot a$

$P_x - T + T - P_2 = (m_1 + m_2) \cdot a$

$P_x - P_2 = (m_1 + m_2) \cdot a$

$$a = \frac{m_1 \cdot sen\,\alpha - m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$$

- Aplicación del 2º principio al cuerpo 1.

$\Sigma F = m \cdot a$

$P_x - T = m_1 \cdot a \rightarrow \boxed{T = m_1 (g \cdot sen\,\alpha - a)}$

- Aplicación del 2º principio al cuerpo 2.

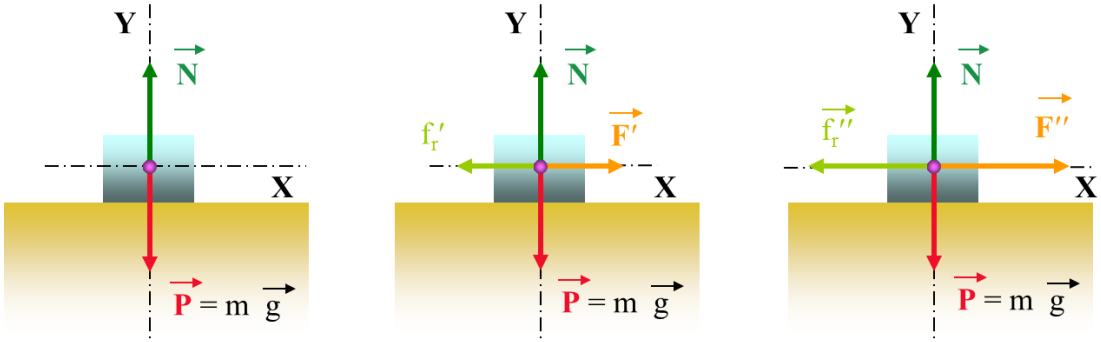
$\Sigma F = m \cdot a$

$T - P_2 = m_2 \cdot a \rightarrow \boxed{T = m_2 (g + a)}$

**Criterio signo enlazados**: Positivo los que tengan el sentido del movimiento
Si en el resultado la aceleración sale negativa es que el sentido era contrario

## 10.4. LAS FUERZAS DE ROZAMIENTO.

### Fuerzas de rozamiento ( I ). Coeficiente de rozamiento estático




$F_r' = \mu_s N = 0 \Rightarrow \mu_s = 0$
Sin fuerza aplicada, no hay fuerza de rozamiento

$f_r' = \mu_s' N = F'$
La fuerza de rozamiento equilibra a la fuerza aplicada

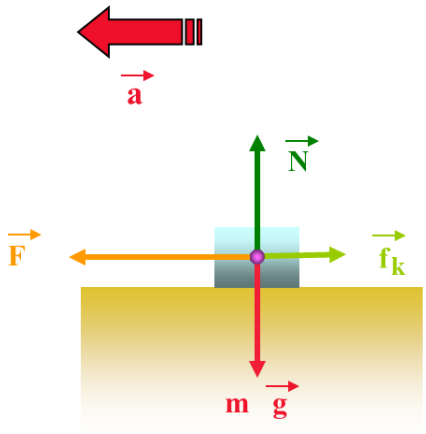
$f_r'' = \mu_{s,max} N = F''$
Fuerza aplicada máxima sin que el cuerpo se mueva

El coeficiente de rozamiento estático, varía entre $0 < \mu_s < \mu_{s,\,max}$

Una fuerza aplicada $F > \mu_{s,\,max} N$ , pone el cuerpo en movimiento

Llamamos fuerza de rozamiento, Fr, a la fuerza que aparece en la superficie de contacto de los cuerpos, oponiéndose al movimiento de estos.

## Fuerzas de rozamiento ( II ). Coeficiente de rozamiento cinético




$\vec{F}$ : fuerza aplicada

$\vec{F} > \vec{f}_r$

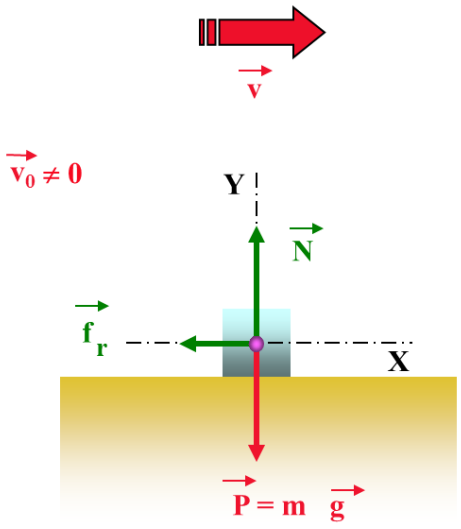
- Fuerza de rozamiento dinámico

$$f_r = \mu_c N$$

- Coeficiente de rozamiento dinámico

$$\mu_c \leq \mu_{s,\,max}$$

## Fuerzas de rozamiento ( III ). Movimiento por planos horizontales




- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\left.\begin{aligned} \sum f_{ix} = m\,a_x \;\Rightarrow\; -f_r &= m\,a_x \\ f_r &= \mu_c N \end{aligned}\right\}$$

$$-\mu_c N = m\ a_x$$

- Fuerzas en la dirección del eje Y

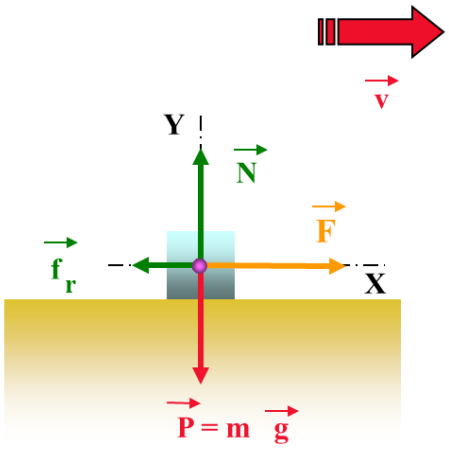
$$\sum f_{iy} = 0 \;\Rightarrow\; N - P = 0$$

$$N = P = m\ g$$

- Resolviendo el sistema

$$a_x = -\mu_c \cdot g$$

## Fuerzas de rozamiento ( IV ). Movimiento por planos horizontales




$\vec{F}$ : fuerza aplicada

- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\left.\begin{array}{l} F - f_r = m\ a \\ f_r = \mu_c\ N \end{array}\right\} \Rightarrow F - \mu_c\ N = m\ a_x$$

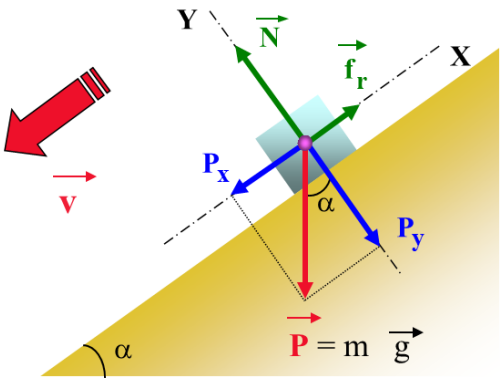
- Fuerzas en la dirección del eje Y

$$N - P = 0 \Rightarrow N = P = m\ g$$

- Resolviendo el sistema

$$a = \frac{1}{m}\ (F - \mu_k \cdot m\ g)$$

## Fuerzas de rozamiento ( V ). Movimiento por planos inclinados




- Fuerzas en la dirección del eje X

$$\left.\begin{array}{l} -P_x + f_k = m\ a_x \\ f_k = \mu_k\ N \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$-m\ g\ \text{sen}\ \alpha + \mu_k\ N = m\ a_x$$

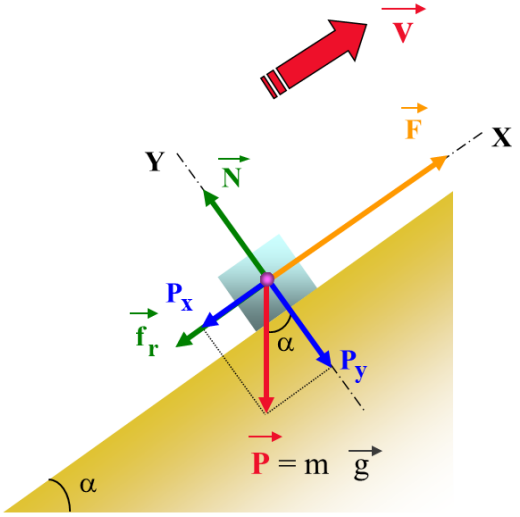
- Fuerzas en la dirección del eje Y

$$N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y = m\ g\ \cos\alpha$$

- Resolviendo el sistema

$$a_x = -g\ \text{sen}\ \alpha + \mu_c\ g\ \cos\alpha$$

### Fuerzas de rozamiento ( VI ). Movimiento por planos inclinados




$\vec{F}$ : fuerza aplicada

- **Fuerzas en la dirección del eje X**

$$\left.\begin{array}{l} F - (P_x + f_r) = m\ a_x \\ f_r = \mu_c\ N \end{array}\right\}$$

$$F - P_x - \mu_c \cdot N = m \cdot a_x$$

- **Fuerzas en la dirección del eje Y**

$$N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y = m\,g\cos\alpha$$

- **Resolviendo el sistema**

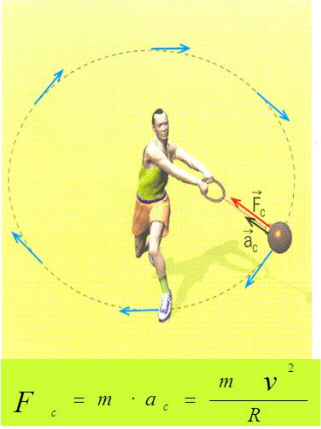
$$a_x = \frac{1}{m}(F - mg\,\text{sen}\,\alpha - \mu\,mg\cos\alpha)$$

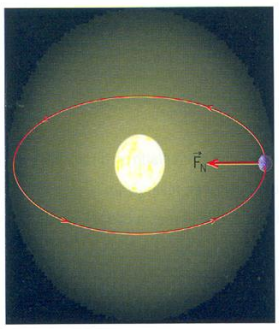
## 10.5. DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR.

- Cuando un cuerpo se desplaza describiendo trayectorias circulares, el módulo de su velocidad puede permanecer constante o no; sin embargo, la dirección de la misma está cambiando constantemente. La magnitud que describe los cambios que se producen en la velocidad es la aceleración, luego **todo movimiento circular posee aceleración**.

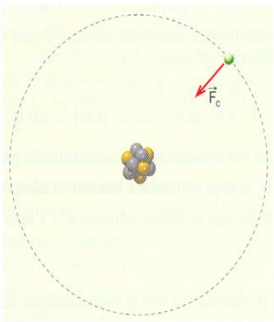
- La aceleración relacionada con el cambio de dirección de la velocidad se denomina **aceleración normal o centrípeta** ($a_c$)

- La segunda ley de newton indica que todo cuerpo acelerado debe experimentar una fuerza **F=m•a** en la misma dirección y sentido que la aceleración. En este caso recibe el nombre de **fuerza centrípeta** (Fuerza que es preciso aplicar a un cuerpo para que siga una trayectoria circular)

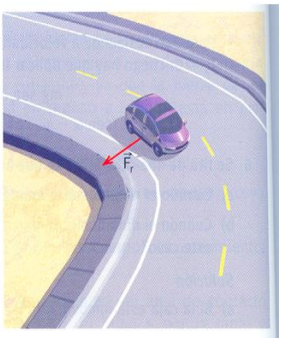


La fuerza centrípeta sobre la Tierra es la fuerza de Newton.

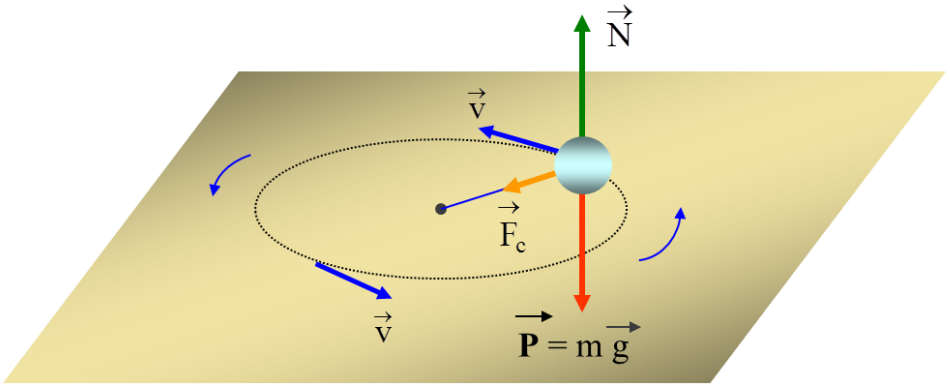


La fuerza centrípeta sobre el electrón es la fuerza de Coulomb.



La fuerza centrípeta sobre el coche es la fuerza de rozamiento.

### Fuerza centrípeta




La fuerza centrípeta es la tensión de la cuerda

$$F_c = \frac{m\ v^2}{R}$$

La fuerza centrípeta es la resultante, dirigida hacia el centro, de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.

## *PROBLEMAS DINÁMICA.*

### 1. LAS FUERZAS Y SU MEDIDA.

***1.- Indica los tipos de fuerzas que existen.***

***2.- Un material elástico, ¿puede ser también plástico? Razónalo.***

***3.- De un muelle de 10 cm. se cuelgan pesos de 1, 3, 5 y 7 N, y el muelle se estira hasta 12, 16, 20 y 24 cm., respectivamente: a) Representa la gráfica F – ΔL. b) ¿Cuánto vale su constante de recuperación, k? c) Si el muelle se alarga hasta los 30 cm., ¿cuál es la fuerza aplicada?***

***4.- De una goma de 10 cm. se cuelgan los pesos de 1, 2, 3, 4, y 5 N y la goma se estira hasta 15, 20, 25, 30 y 35 cm., respectivamente: a) Representa la gráfica F- ΔL. b) ¿Cuánto vale su constante de recuperación, k? c) Si la fuerza es de 6 N, ¿cuánto se estira el muelle?***

***5.- Un muelle de 12 cm. se alarga hasta 14,5 cm al colgarle una pesa de 10 N. Calcula la constante elástica del muelle y el alargamiento que sufriría al colgarle una pesa de 50 N.***

***6.- Un muelle se alarga 0,2 m si se le aplica una fuerza de 5N. Indica qué fuerza producirá un alargamiento de 0,8 m. (4.R1) Sol: 20 N.***

***7.- Un dinamómetro tiene colgada una masa cuyo peso es de 3 N. Al añadir otra masa de 1 N de peso, el muelle del dinamómetro se alarga 5 cm. más respecto al alargamiento anterior. ¿Cuál será el valor de la constante elástica del muelle? Sol: 0,2 N/cm.***

***8.- Si un muelle tiene un límite de elasticidad de 300 N. Si su constante elástica es de 200 N/m, calcula:***

***a) El alargamiento que experimenta cuando colguemos de él una masa de 10 kg.***
***b) La fuerza aplicada cuando el alargamiento es de 105 cm.***
***c) Cuál es el máximo alargamiento que podemos experimentar.***

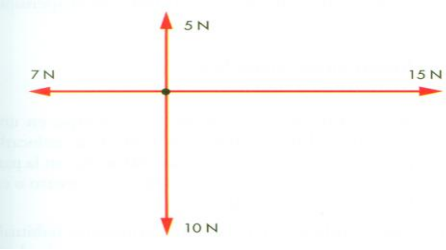
***Sol: 0,49 m; 210N; 1,5m***

## 2. CARÁCTER VECTORIAL DE LAS FUERZAS.

***9.- Aplicamos dos fuerzas de la misma intensidad a un cuerpo:***

***a) ¿En qué dirección debemos hacerlo para que la fuerza resultante sea máxima? Si el valor de las fuerzas es F, calcula el valor máximo de la resultante.***
***b) ¿Hay alguna manera de aplicar las fuerzas de tal modo que la resultante sea nula? Si tu respuesta es afirmativa, indica cómo.***

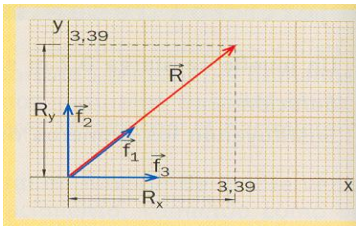
***10.- Calcula el valor y la dirección de la resultante en el siguiente sistema de fuerzas:***



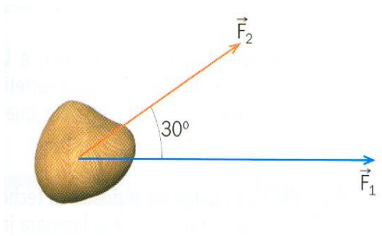

***11.- Dos fuerzas perpendiculares de 50 y 70 N están dirigidas una hacia el norte y otra hacia el este. Calcula la resultante y el ángulo que forma con la dirección oeste-este.***

***12.- En el origen de coordenadas hay aplicada una fuerza de 5 N que forma un ángulo de 30º con el eje de abscisas. Dibuja sus componentes rectangulares, $F_x$ y $F_y$, y calcula sus módulos.***

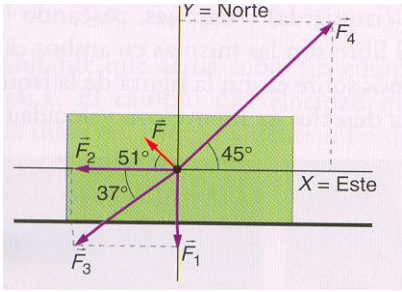
***13.- Descompón en sus componentes rectangulares una fuerza de 100 N que forma un ángulo de 45º con el eje de abscisas. Dibuja las componentes y calcula su valor.***




***14.- Sobre el cuerpo de la figura actúan tres fuerzas Concurrentes, todas ellas de 2N. Calcula la fuerza Resultante y expresa sus componentes cartesianas.***
***(4.R2) Sol: R = 3,41 i + 3,41 j; R= 4,82 N***




***15.- En la figura $F_1$ = 5 N, $F_2$ = 3 N y el ángulo que forman es de 30º. Calcula la fuerza resultante. ¿En qué dirección se moverá el cuerpo, supuesto inicialmente en reposo? (4.9) Sol: 7,74 N y 11,18º***




***16.- Sobre un cuerpo actúan cuatro fuerzas: $F_1$ dirigida hacia el sur y con un módulo de 30 N; $F_2$, hacia el oeste y con un módulo de 40 N; $F_3$, hacia el suroeste, formando 37º con la dirección oeste-este, y con un módulo de 50 N; y $F_4$ hacia el noreste, formado 45º con la dirección este y de 100 N de módulo. Dibuja el diagrama de fuerzas que actúan sobre el cuerpo y calcula:***

***a) Las componentes de cada fuerza.***
***b) La fuerza resultante (módulo y dirección) (Anaya1-R1) Sol: 14,05N y -49,1º.***

***17.- Sobre un cuerpo, actúan las siguientes fuerzas: $F_1$, de 400 N, está dirigida hacia el este; $F_2$, de 200 N, dirigida hacia el sur, $F_3$, de 400 N dirigida hacia el suroeste formando 30º con la dirección sur. Dibuja el diagrama de fuerzas. Calcula el módulo, la dirección y el sentido de la resultante. ¿Cuál sería el módulo, la dirección y el sentido de una cuarta fuerza que hiciese que la resultante fuese nula? (Anaya1-3´) Sol: 581,86 N; -69,88º***

## 4. PRIMER PRINCIPIO DE NEWTÓN. LA INERCIA.

***18.- Si una pelota rueda con una velocidad de 16 m/s sin que actúe ninguna fuerza sobre ella, ¿qué velocidad tendrá al cabo de 10 s? (4.13)***

***19.- Razona si el siguiente hecho contradice o no el principio de inercia: "Si no ejercemos ninguna fuerza sobre un cuerpo que se desliza sobre una superficie horizontal, el cuerpo acaba parándose" (Anaya1-R3)***

***20.- ¿Es posible que un cuerpo describa un movimiento curvilíneo sin que sobre él actúe una fuerza? (4.2)***

***21.- Explica el comportamiento de un vehículo al describir una curva con suelo seco y con suelo helado. (4.R4)***

***22.- Una persona empuja un carro de la compra por la superficie horizontal de un supermercado en línea recta y a velocidad constante. La fuerza que hace, ¿es mayor, menor o igual a la que se opone al movimiento? Razona la respuesta. (4.14)***

***23.- Si un cuerpo se encuentra en reposo, ¿quiere esto decir que no hay ninguna fuerza actuando sobre él?***

***24.- Un paracaidista se lanza al vacío desde un avión. Si el paracaídas tarda 5 s en abrirse, ¿qué tipo de movimientos describe el paracaidista en este tiempo? Una vez abierto, el paracaídas ofrece una resistencia al aire igual al peso del paracaidista, de forma que la fuerza resultante es nula. ¿Por qué, entonces, continúa cayendo en lugar de permanecer quieto en el aire? (4.17)***

***25.- Si un coche viaja a 100 km/h por una carretera recta y horizontal, y apaga su motor, acabará parándose. En cambio, una nave espacial puede viajar millones de años sin utilizar sus motores y no se detiene. ¿Por qué?***

***26.- Sobre un cuerpo situado en el origen de coordenadas actúan las siguientes fuerzas: $F_1$, de 43,3 N, dirigida verticalmente hacia abajo; $F_2$, de 25 N, dirigida horizontalmente hacia la derecha, y $F_3$ de 50 N, dirigida hacia arriba y hacia atrás formando 60º con la horizontal. Calcula la posición del cuerpo a los 5 s si inicialmente: a) Estaba en reposo b) Se estaba moviendo horizontalmente hacia la derecha con una velocidad de 2 m/s Sol: 0 m; 10 m.***

## 5. SEGUNDO PRINCIPIO DE NEWTON.

***27.- Una fuerza F produce una aceleración de 3 $m/s^2$ cuando actúa sobre una masa m. Halla la aceleración de la misma masa cuando se ve sometida a dos fuerzas iguales a la anterior y que son:***
***a) De la misma dirección y sentido. b) De la misma dirección y sentidos contrarios***

***28.- Analiza la siguiente frase: "Para lograr un movimiento uniformemente acelerado es necesario la acción de una fuerza que aumente con el tiempo"***

***29.- Un coche arrastra una caravana de 500 kg por una carretera horizontal recta. La fuerza de tracción es de 800 N y la caravana avanza a velocidad constante de 80 km/h.***

***a) ¿Qué fuerza de rozamiento actúa sobre la caravana?***
***b) En un momento determinado se rompe el cable que la engancha al coche. ¿Se parara la caravana en seco o continuará moviéndose? ¿Qué tipo de movimiento tendrá? (4.25)***

***30.- Se empuja un carrito situado sobre una superficie horizontal sin rozamiento mediante una fuerza constante de 20 N que le produce una aceleración de 2 m/s$^2$. ¿Cuál es la masa del carrito? Si se le añade además otra fuerza constante, en la misma dirección y sentido, la aceleración es de 3 m/s$^2$. ¿Cuál es el valor de esta segunda fuerza? Sol: 10 Kg.; 10 N.***

***31.- Una fuerza F aplicada a una masa $m_1$ le produce una aceleración de 10 m/s$^2$. La misma fuerza aplicada a una masa $m_2$ le produce una aceleración de 15 m/s$^2$. ¿Qué relación existe entre las dos masas? (4.20) Sol: 1,5 veces mayor.***

***32.- Un ascensor de 3000 N de peso arranca con una aceleración de 0,2 m/s$^2$. Calcula la fuerza que ejerce el cable que lo eleva. (Anaya1-5) Sol: 3061,22 N.***

***33.- El motor de un ascensor de 100 Kg. De masa ejerce una fuerza vertical hacia arriba de 1200 N. Dibuja todas las fuerzas que actúan sobre el ascensor. ¿Cuánto vale la fuerza resultante sobre el ascensor? ¿Con qué aceleración subirá? (4.21) Sol: 220N; 2,2 m/s$^2$.***

***34.- Calcula la fuerza que tiene que hacer el cable de un ascensor de 500 kg en cada uno de los casos siguientes: a) Para que suba con una aceleración de 2 m/s$^2$. b) Para que suba con una velocidad constante de 2 m/s. c) Para que frene cuando está subiendo con una aceleración de 2 m/s$^2$. El peso de un cuerpo es m · g. Sol: 5900 N; 4900 N; 3900 N***

***35.- Se aplica una fuerza de 18 N a una masa m en reposo, recorriendo está en línea recta 12 m en 2 s. ¿Cuál es el valor de m? (4.3) Sol. 3 kg.***

***36.- Un disco metálico de 1 Kg. Es impulsado sobre una pista horizontal helada por una fuerza de 2N. Suponiendo que inicialmente se encuentra en reposo. ¿Cuál es su velocidad al cabo de 3s? ¿Qué distancia recorre en este tiempo? (4.22) Sol: 6 m/s; 9 m.***

***37.- Si un cuerpo de 5 kg que parte del reposo recorre 200 m en línea recta en 10 s, ¿cuál es la fuerza resultante que actúa sobre él? (Anaya1-13´)***

***38.- Un coche de 800 Kg. Que va a 72 km/h tiene un obstáculo a 120 m frente a él. El conductor pisa a fondo el pedal del freno y consigue detenerse justo ante el obstáculo en 12 segundos.***
***a) ¿Cuál es la aceleración de frenada? b) ¿Qué fuerza ejercen los frenos? (4.24)***
***Sol: -1,67 m/s$^2$; -1336 N.***

***39.- ¿Qué fuerza de frenado es necesario aplicar a un coche de 850 kg que va a 126 km/h para que se detenga en 7 segundos? ¿Qué espacio recorre durante el frenado?***
***Sol: -4250 N; 122,5 m***

***40.- Un cuerpo de 2 Kg. está sometido a dos fuerzas $F_1$ (2, 4) y $F_2$ (4, -10).***

***a) Calcula el módulo y la dirección de la fuerza resultante.***

***b) ¿Cuál es la aceleración de este cuerpo?***

***c) ¿Cuál es su velocidad al cabo de 5s, suponiendo que inicialmente estaba en reposo?***

***Sol: (6,6) y -45º; 4,24 m/s$^2$; 21,2 m/s.***

***41.- Sobre un cuerpo de 8 kg actúan las siguientes fuerzas, expresadas en N:***

***$F_1$ = 174i + 100j $F_2$= -80j $F_3$= -118i $F_4$= -40i – 20 j***

***Calcula: a) La resultante de las cuatro fuerzas. b) La velocidad del cuerpo y su posición a los 5 s, si inicialmente se encontraba en reposo en el origen de coordenadas. (Anaya1-15´)***

***Sol: 16 N; (25, 0) m***

***42.- Sobre un cuerpo de 12 kg, inicialmente en reposo, actúan las siguientes fuerzas:***

***$F_1$= 100i – 100j $F_2$= -120j $F_3$= 40i – 220j $F_4$***

***Calcula $F_4$ en las siguientes etapas:***

***a) El cuerpo alcanza una velocidad de 10 m/s después de recorrer 25 m a lo largo del eje X.***

***b) Mantiene esa velocidad constante.***

***c) Se detiene en 2s. Sol: 455,03 N; 461,74 N; 483,32 N***

## 6. TERCER PRINCIPIO DE NEWTON.

***42.- Un tenista golpea la pelota con la raqueta. ¿Cuál es la reacción a esta fuerza? Indica quién la ejerce y sobre qué cuerpo está aplicada. (4.4)***

***43.- Justifica físicamente el hecho de que seamos capaces de caminar. Para ello, ten en cuenta la fuerza de rozamiento y la tercera ley de la dinámica.***

***44.- Dos imanes de masas una doble que el otro se atraen mutuamente. ¿Cuál experimentará una fuerza mayor? ¿Cuál se moverá con mayor aceleración? Razona la respuesta. (4.27)***

***45.- Un patinador en reposo, de masa $m_1$ = 80 kg, empuja a otro, también en reposo, de masa $m_2$ = 60 Kg., con una fuerza de 30 N. Calcula la aceleración con la que se moverá cada uno de ellos tras el empujón. (4.R6) Sol: 0,5 m/s$^2$; -0,375 m/s$^2$***

## 7. LA INTERACCIÓN GRAVITATORIA.

***46.- Calcula la fuerza gravitatoria entre dos personas de 50 kg y 80 kg de masa, respectivamente, separadas 20 cm. Compárala con sus pesos.***
***Datos: $G = 6{,}67.10^{-11}$ N $m^2/kg^2$ Sol: $6{,}67 \cdot 10^{-6}$ N***

***47.- Sabiendo que las masas del Sol y de la Tierra son $1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg y $5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg, respectivamente, y que la distancia entre la Tierra y el Sol es de 150 millones de km, calcula la fuerza gravitatoria entre la Tierra y el Sol. (Anaya1-1´) Sol: $3{,}53 \cdot 10^{22}$ N***

***48.- Cuatro masas de 2 kg cada una están situadas en los vértices de un cuadrado de 1 m de lado. Calcular la fuerza que se ejerce sobre cada masa como resultado de las interacciones de las otras. Datos: $G = 6{,}67.10^{-11}$ $Nm^2/kg^2$ Sol: $5{,}09 \cdot 10^{-10}$ N.***

***49.- ¿Dónde pesa más un cuerpo, a nivel del mar o en la cima de una alta montaña? ¿Por qué? (4.35)***

***50.- Si una persona pesa 686 N en la superficie de la Tierra, ¿cuánto pesará a 9000 m de altura? Datos: $G = 6{,}67.10^{-11}$ N $m^2/kg^2$; $R_T = 6370$ km; $M_T = 5{,}99.10^{24}$ kg Sol: 684,06 N.***

***51.- Calcula el peso de un objeto de masa 85 kg situado en la atmósfera terrestre a una altura igual a 20.000 m sobre la superficie. ¿Cuánto vale la aceleración de la gravedad a esa altura? Compara el resultado obtenido con el peso del mismo cuerpo sobre la superficie terrestre. Datos: $G = 6{,}67.10^{-11}$ N $m^2/kg^2$; $R_T = 6370$ km; $M_T = 5{,}99.10^{24}$ kg (4.5)***
***Sol: 828 N; 9.74 $m/s^2$; 833 N.***

***52.- Calcula con qué aceleración caería un cuerpo situado a una altura sobre la superficie terrestre igual a 1700 km. Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N $m^2/kg^2$; $R_T = 6370$ km; $M_T = 5{,}99.10^{24}$ kg***
***Sol: 6,1 $m/s^2$***

***53.- ¿A qué altura sobre la superficie terrestre un cuerpo pesa la mitad que en la superficie? ¿Cuál es entonces su masa comparada con la que tiene en la superficie? (4.37)***
***Sol: $2{,}54 \cdot 10^6$ m***

***54.- Calcula el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Luna y en la de Marte. Datos: $M_L = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg; $R_L = 1738$ km; $M_M = 6{,}42 \cdot 10^{23}$ kg; $R_M = 3397$ km; $G = 6{,}67.10^{-11}$ $N \cdot m^2/kg^2$ (Anaya1-2)***
***Sol: 3,71 y 1,62 $m/s^2$***

***55.- Si el peso de una persona en la superficie de la Tierra es de 637 N, ¿cuál es su peso en la Luna? ¿Y en Marte?***
***Datos: $M_L$= 7,35 · $10^{22}$ kg; $R_L$= 1738 km; $M_M$= 6,42 · $10^{23}$ kg; $R_M$= 3397 km; $g_0$=9,8 m/$s^2$***
***Sol: 241,15 N; 105,3 N.***

***56.- A) Razona cuáles son la masa y el peso en la Luna de una persona de 70 kg.***
***B) Calcula la altura que recorre en 3 s una partícula que se abandona, sin velocidad inicial, en un punto próximo a la superficie de la Luna.***
***Datos: G = 6,67· $10^{11}$ N·$m^2$/$kg^2$; $M_L$= 7,35 · $10^{22}$ kg; $R_L$= 1,738 · $10^6$ m.***
***(Anaya1-SelectividadR2) Sol: 70 kg; 113,4 N; 7,29 m.***

***57.- Una persona pesa en la Tierra 500 N. ¿Cuál será su peso a una distancia de dos radios terrestres por encima de la superficie de la Tierra? (Anaya1-Selectividad2) Sol. 55,5 N.***

***58.- La aceleración de la gravedad en la superficie de Marte es de 3,7 m/$s^2$, y su masa es un 11% la de la Tierra. Recordando que el radio de la Tierra es de 6370 km y que la gravedad en su superficie es g = 9,8 m/$s^2$, calcula el radio de Marte y el peso en la superficie de Marte de un astronauta de 75 kg de masa. (Anaya1-Selectividad3) Sol: 3,43 · $10^6$; 277,5 N.***

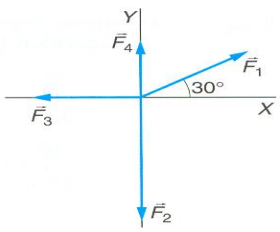
## 8. EL EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS.

***59.- Dibuja y describe las fuerzas que actúan sobre una masa m sujeta por una cuerda sin masa que pende del techo de una habitación y expresa la relación entre ambas. (4.6)***

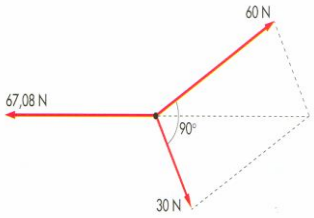
***60.- Un caballo tira de una argolla, hacia el norte, con una fuerza de 2000 N, y otro tira de la misma argolla, hacia el este, con una fuerza de 3000 N. ¿Con qué fuerza ha de tirar otro caballo y, aproximadamente, hacia dónde, para que la argolla quede en equilibrio?***

***61.- Encuentra la fuerza que equilibra a otras tres concurrentes de 5, 2 y 3 N que forman ángulos de 45º, 120º y -30º con el eje OX, respectivamente.***
***a) Da su módulo y su dirección. (4.41) Sol: 6,31 N.***

***62.- El diagrama de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es el de la figura de la derecha. Calcula los módulos de $F_3$ y de $F_4$ para que la fuerza resultante sea nula si $F_1$ vale 200 N y $F_2$ 300 N.***




***63.- ¿Estará en equilibrio el sistema de la figura? Resuélvelo gráficamente.***



***64.- Una bolsa colocada en el punto medio de un río es arrastrada mediante dos cuerdas. Una de ellas ejerce una fuerza de 60 N y forma un ángulo de 45º con la dirección del río. ¿Con qué ángulo debe tirarse de la otra si efectúa una fuerza de 80 N y se pretende que la balsa se mueva paralelamente a las orillas? (4.10)***
***Sol: 32º con la dirección del río sentido noroeste.***

***65.- Un cuadro de 5 kg de masa pende verticalmente sujeto por dos cuerdas que forman con la horizontal ángulos de 37º y 53º, respectivamente. Calcula la fuerza que soporta cada una de las cuerdas. (4.R9) Datos: $g_0$=9,8 m/s$^2$ Sol: T = 38,9 N; 29,9 N***

***66.- Un cuadro que pesa 20 N cuelga de dos cables iguales que forman un ángulo de 30º con la horizontal. Si los cables son capaces de soportar una tensión de 15 N cada uno:***

***a) ¿Aguantarán el peso del cuadro?***
***b) ¿Qué ángulo máximo deberían formar los cables entre sí para poder aguantarlo con seguridad? (4.39)***

***Datos: $g_0$=9,8 m/s$^2$ Sol: 20 N; 95,86º***

***67.- Una lámpara de 4 kg pende a 50 cm del techo sujeta por dos cuerdas de 65 cm cada una.***

***a) Haz un dibujo y calcula el ángulo que cada cuerda forma con la horizontal.***
***b) Dibuja todas las fuerzas que actúan sobre la lámpara.***
***c) Halla la tensión que soporta cada cuerda. (4.38) Sol: 50,3º; 25,5 N.***

***68.- Cuando abrimos una puerta empujándola, la fuerza que hay que aplicar, ¿es igual si empujamos cera de su eje de giro que si lo hacemos cerca de la manivela? Justifica tu respuesta.***

***69.- Si queremos abrir una puerta aplicándole una fuerza que pase por el eje de giro, ¿lo conseguiríamos? ¿Por qué? Si para abrir la puerta se necesita un momento de 23 m·N, ¿qué fuerza será necesario hacer a 30 cm de los goznes? Sol: 76,6 N***

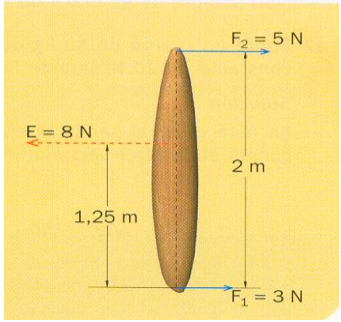
***70.- Para abrir una puerta, tenemos que hacer una fuerza de 2 N a 40 cm de las bisagras. Calcula el momento de esta fuerza y averigua si aplicando una fuerza de 3 N a una distancia de 20 cm se abrirá o no la puerta.***

***71.- Sobre la circunferencia de un volante de 30 cm. de radio se aplican dos fuerzas paralelas iguales de 10 N en sentidos contrarios.***

***a) ¿Cuánto vale la fuerza resultante?***
***b) Cuánto vale el momento del par de fuerzas?***
***c) ¿Está el volante en equilibrio? (4.42)***

***72.- Si aplicamos al volante de un coche dos fuerzas de 50 N cada una, paralelas y de sentidos contrarios, y el radio del volante es de 20 cm, calcula el momento del par de fuerzas.***

***73.- ¿Qué fuerza equilibraría el sistema de la figura? Indica su posición. (4.R10)***




***Sol: 8N; 1,25 m.***

***74.- Dos hombres transportan un peso de 2000 N en una barra de 6 metros de longitud (que se considera sin masa) cuyos extremos se apoyan en sus hombros. Si uno solo puede con 900 N, ¿en qué punto debe colocarse el peso? (4.40) Sol: 3,3 m.***

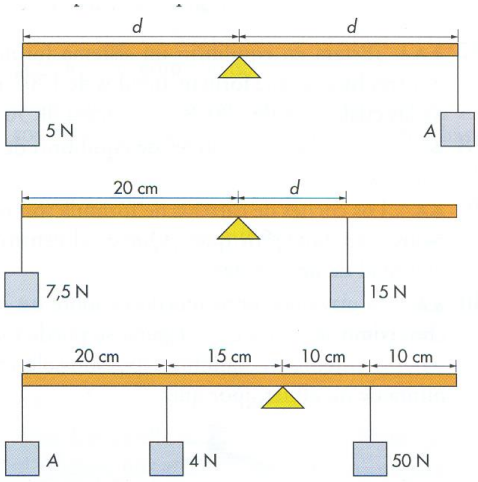
***75.- Un hombre transporta dos cubos de agua de 8 kg y 12 kg situados en cada uno de los extremos de una pértiga que apoya sobre su hombre.***

***a) ¿Qué fuerza soporta el hombro?***
***b) ¿A qué distancia del extremo donde se encuentra el cubo de 8 kg se apoya la pértiga sobre su hombre? (4.43) Sol: 196N; 0,6 L.***

***76.- ¿Por qué permanece la estatua en equilibrio? Supongamos que el peso del cuerpo del caballo y del jinete asciende a 65 kg y su centro de gravedad está situado a 70 cm del punto de apoyo de sus patas traseras, ¿cuál tendría que ser el peso de la grupa y de la cola si su centro de gravedad queda situado a 45,5 cm al otro lado de las patas? Sol: 980 N***

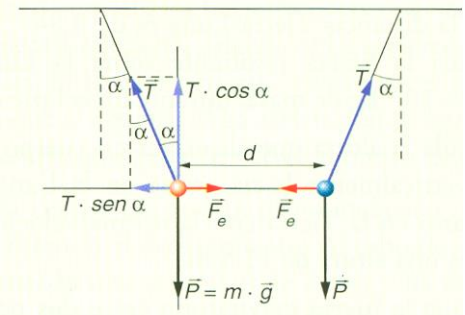
***77.- El peso de la barra de los siguientes sistemas suponemos que es nulo:***

***a) Calcula el valor de la fuerza, A, que debemos aplicar, o la distancia, d, en cada uno de los casos para que el sistema se encuentre en equilibrio.***
***b) Después de hacerlo, intenta resolverlo teniendo en cuenta el peso de la barra, haciendo una estimación de este. Si te surge alguna dificultad, consulta el tercer problema resuelto de esta unidad. (*)***




***Sol: 5 N; 0,1 m; 12,5 N***

***78.- Dos pequeñas esferas de masa m = 1 g, y de cargas eléctricas opuestas, cuelgan de sendos hilos de igual longitud.***
***Debido a la atracción electrostática, de 5,67 · $10^{-3}$ N, las esferas no cuelgan verticalmente, sino formando un ángulo α con la vertical. Calcula la tensión del hilo y el valor del ángulo α.***
***(Anaya1-Selectividad R4) Sol: 30,5º; 1,15 ·$10^{-2}$ N.***




***79.- Una pequeña esfera de masa m = 2 g pende de un hilo entre dos láminas verticales cargadas que ejercen una fuerza electrostática sobre la esfera en dirección horizontal. Si, debido a ello, el hilo forma un ángulo de 30º con la vertical, ¿cuál es el valor de la tensión en el hilo? ¿Cuál es el valor de la fuerza electrostática? (Anaya1-Selectividad4)***
***Sol: 0,02 N; 0,01 N***

## 9. IMPULSO MECANICO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO.

***80.- Indica en cuáles de los siguientes movimientos permanece constante el momento lineal: a) En el m.r.u b) En el m.c.u c) En el m.r.u.a***

***81.- Sobre un cuerpo de 40 kg actúa una fuerza constante de 20 N durante 30 segundos. Calcula el impulso de la fuerza y la velocidad final del cuerpo si en el momento de actuar la fuerza el cuerpo se encuentra en reposo. (4.R11) Sol: 600 N·s; 15 m/s***

***82.- Sobre un cuerpo de 40 kg que se mueve horizontalmente con una velocidad de 15 m/s actúa una fuerza vertical constante de 20 N durante 30 segundos. Calcula el impulso de la fuerza y la velocidad final del cuerpo. (4.R12) Sol: 600 N·s; 21,2 m/s***

***83.- Bajo el efecto de una fuerza, un cuerpo de 50 kg aumenta su velocidad de 15 m/s a 20 m/s en 10 segundos. Calcula:***

- ***a) La variación en la cantidad de movimiento experimentada por el cuerpo.***
- ***b) El impulso de la fuerza que actúa sobre él.***
- ***c) El valor de dicha fuerza. (4.45) Sol: 250 kg·m/s; 250 N·s; 25 N.***

***84.- Sobre un cuerpo de 2 kg actúa la fuerza F = -12 i + 16j (S.I) durante 5 s.***
***Si su velocidad inicial es $v_0$= 30i – 20 j (S.I):***

- ***a) Determina el impulso mecánico de la fuerza.***
- ***b) Calcula el momento lineal inicial y final del cuerpo.***
- ***c) La velocidad final del cuerpo. Sol:(-60,80); (60,-40) y (0,40) N·s; (0,20) m/s***

***85.- Sobre un cuerpo de 40 kg que está en reposo actúan durante 2 minutos las siguientes fuerzas, medidas en N: $F_1$ = 150i + 200j; $F_2$ = -392i; $F_3$ = -142i + 192j. Calcula:***

***a) La fuerza resultante.***
***b) El impulso resultante.***
***c) El momento lineal final.***
***d) La velocidad del cuerpo a los 2 minutos. (Anaya1-9)***

***Sol: (-384, 392) N; (-46080,47040) y (-46080,47040) N·s; (-1152,1176) m/s***

***86.- Un cuerpo de 6 kg se mueve inicialmente con una velocidad $v_0$ = 15i + 20j, en m/s y al cabo de 3 s, su velocidad es v = 20i + 15j, en m/s. Calcula:***

***a) El momento lineal inicial y final del cuerpo.***
***b) El módulo de ambos momentos.***
***c) La variación del momento lineal.***
***d) La fuerza necesaria para producir dicha variación. (Anaya1-24´)***

***Sol: (90,120) y (120,90) N·s; 150 N·s; (10,-10) N.***

***87.- Un vagón de 2000 kg se mueve a 3 m/s por una vía horizontal y choca con otro de 4000 kg en reposo. Después del choque se acoplan y se mueven juntos. Calcula su velocidad. (4.R13)´´ Sol: 1 m/s***

***88.- Calcula la velocidad de retroceso de una pelota de golf de masa $m_g$= 30 g cuando golpea a 0,3 m/s a una bola de billar en reposo de masa $m_b$ = 130 g, si después del golpe la bola de billar tiene una velocidad de 0,2 m/s. (4.7) Sol: -0,57 m/s***

***89.- Dos jugadores de jockey sobre patines se mueven uno hacia el otro. Sus masas son $m_A$ = 70 kg y $m_b$= 80 kg , y sus velocidades al chocar, $v_A$ =5 m/s y $v_B$ = 1 m/s, respectivamente. Calcula la velocidad de B después del choque, si A sigue con el mismo sentido que tenía y con $v_{A'}$ = 1 m/s. (Anaya1-11)***

***90.- Una bola de acero de 2 kg que se mueve a una velocidad de 5 m/s choca con otra de 3 kg inicialmente en reposo. Como consecuencia del choque la primera bola reduce su velocidad a 3,5 m/s, manteniendo la misma dirección y sentido.***

***a) ¿Qué cantidad de movimiento han intercambiado las dos bolas en el choque?***
***b) ¿Qué velocidad adquiere la segunda bola como consecuencia del choque? (4.46)***

***Sol: 3 kg·m/s; 1 m/s***

***91.- Una pelota de tenis de 100 g de masa choca perpendicularmente contra una pared a una velocidad de 5 m/s y sale, en la misma dirección pero sentido contrario, a 4 m/s.***

***a) ¿Qué variación de la cantidad de movimiento ha experimentado la pelota?***

***b) ¿Suponiendo que ha estado en contacto con la pared durante 0,001 s, ¿cuál ha sido la fuerza media que la pared ha ejercido sobre la pelota? Sol: -0,9 kg·m/s; -900 N.***

***92.- Para hacer un saque, una tenista lanza verticalmente hacia arriba la pelota y, cuando se encuentra a 2 m y desciende con una velocidad de 2 m/s, la golpea, de forma que sale despedida horizontalmente con una velocidad de 25 m/s. la masa de la pelota es de 60 g y está en contacto con la raqueta 0,02 s. Calcula: a) El momento lineal de la pelota antes y después de ser golpeada.***

***a) La fuerza supuesta constante, que hace la raqueta sobre la pelota.***

***b) La distancia horizontal al punto de saque a la que cae la pelota. (Anaya1-26´) (*)***

***Sol: (0; -0,12) y (1,5; -0,12) N·s; (75; 0) N;***

***93.- Una pelota que se mueve horizontalmente a 12 m/s desvía su trayectoria como consecuencia de una patada saliendo a 20 m/s en una dirección que forma un ángulo de 60º con la inicial.***

***a) ¿En cuánto ha cambiado su velocidad en módulo?***

***b) ¿En cuánto ha cambiado el vector velocidad?***

***c) Si su masa es de 300 g, ¿qué cambio ha experimentado la cantidad de movimiento?***

***d) ¿En qué dirección y con qué intensidad actuó la fuerza si el impacto con el pie del jugador duró 0,2s? Sol: 8 m/s; (-2; 17,32) m/s; (-0,6; 5,2) kg·m/s; 26,2 N y 83,4º***

***94.- Un cuerpo de 1 kg lleva una velocidad $v_0$ = 40i. Se fragmenta en dos trozos. Si uno, de 0,6 kg sale con $v_1$ = 200 i – 160 j; en m/s, ¿con qué velocidad sale el otro? (Anaya1-R9)***

***Sol: $v_2$ = -200i +240j***

***95.-Un cohete de 3 kg de masa, que asciende verticalmente con una velocidad de 100 m/s, explota, fragmentándose en dos trozos. Si el primero, de 2 kg sale horizontalmente hacia la derecha con una velocidad de 150 m/s, calcula la velocidad con la que sale el segundo. (Anaya1-31´) Sol: (-300; 300) m/s***

***96.- Un rifle de 3 kg de masa dispara horizontalmente una bala de 20 g con una velocidad de 300 m/s. Calcula la velocidad de retroceso del rifle. (Anaya1-R.7) Sol: - 2 m/s***

***97.- Un cohete cuya masa inicial es de 1000 kg se mueve horizontalmente con una velocidad de 100 m/s. ¿Cuál es su velocidad final si expulsa hacia atrás 500 kg de gases con una velocidad de 300 m/s? (Anaya1-33´)***

## 10. APLICACIONES DE LA DINAMICA.

***98.- El peso de un muchacho que sube acelerando con a = 1,2 m/s$^2$ es de 550 N. ¿Cuál es la normal del muchacho? ¿Cuál sería su normal si el ascensor bajara acelerando con la misma aceleración? (5.R1) Datos: $g_0$=9,8 m/s$^2$ Sol: 617,35 N; 482,63 N***

***99.- Una lámpara pende del techo de un ascensor que sube con una aceleración de 1,35 m/s$^2$. Si la tensión de la cuerda que sujeta la lámpara es de 72 N, ¿cuál es la masa de la lámpara? ¿Cuál sería la tensión de la cuerda si el ascensor subiera frenando con la misma aceleración? Datos: $g_0$=9,8 m/s$^2$ (5.9) Sol: 6,5 kg; 54,9 N.***

***100.- Se quiere sacar agua de un pozo tirando hacia arriba de una cuerda atada a un cubo de masa 800 g y de capacidad 5 litros. La cuerda es capaz de soportar una tensión máxima de 65 N. Averigua si se romperá la cuerda si:***

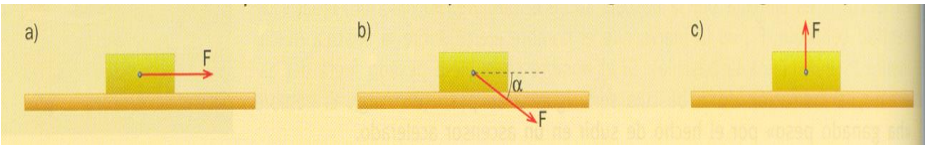
***a) El cubo sube a velocidad constante.***
***b) Sube con una aceleración de 2 m/s$^2$ (5.11)***

***101.- Un bloque de 20 kg, sostenido por una cuerda, es bajado a velocidad constante de 5 m/s. ¿Cuál es la tensión de la cuerda? Si la tensión se reduce en un 20 %, ¿Qué movimiento realiza el bloque? ¿Y si se aumenta en un 20%? (5.10) Sol: 196N; -1,96 m/s$^2$; 1,96 m/s$^2$***

***102.- Un libro de 0,5 kg de masa está encima de la mesa. Calcula el módulo, la dirección y el sentido de cada una de las fuerzas que actúan sobre el libro. (Anaya1-6) Sol: 4,9 N***
***Calcula el valor de la normal si tiramos del libro de la actividad anterior verticalmente hacia arriba con una cuerda cuya tensión es de 3 N. ¿Cuál es el valor máximo de la tensión que mantiene al libro encima de la mesa? (Anaya1-7) Sol: 1,9 N; 4,9 N***

### 10.2 MOVIMIENTO RECTILINEO POR LA ACCIÓN DE FUERZAS CONSTANTES.

***103.- Calcula la reacción normal del plano en las situaciones representadas en las figuras con m =600g, F=8 N y $\alpha$= 37º. (5.R2) Sol: 5,88 N; 10,68; 0.***




***Calcula la aceleración del cuerpo en los tres casos del problema anterior (5.1) Sol: 13,3 m/s$^2$; 10,7 m/s$^2$; 3,5 m/s$^2$.***

***104.- Se arrastra un cuerpo de 20 kg por una mesa horizontal sin rozamiento tirando de una cuerda sujeta a él con una fuerza de 30 N. Halla con qué aceleración se mueve el cuerpo si:***

***a) La cuerda se mantiene horizontal.***

***b) La cuerda forma un ángulo de 30º con la horizontal. (5.12) Sol: 1,5 m/s$^2$; 1,3 m/s$^2$***

***105.- Un cuerpo de masa m se encuentra sobre la superficie de un plano inclinado, con la que no presenta ningún tipo de rozamiento. Dibuja todas las fuerzas que actúan sobre él. Justifica razonadamente las expresiones que dan los valores de las componentes del peso en un plano inclinado. (Anaya1-R1)***

***106.- a) Calcula la fuerza paralela a un plano inclinado de 30º de inclinación que hay que ejercer para conseguir que un cuerpo de 30 kg de masa permanezca en reposo sobre él.***
***b) Calcula la aceleración con que desciende el cuerpo y la velocidad que adquiere a los tres segundos de empezar el movimiento si, en lugar de la fuerza que lo mantiene en reposo, sobre él actúa una fuerza paralela al plano de 80 N en sentido contrario al movimiento. (5.R3) (5.2) Sol: 147N; 2,23 m/s$^2$; 6,7 m/s***

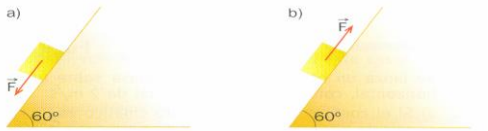
***107.- Dejamos una bola de acero de m=50 g sobre un plano inclinado 30º sobre la horizontal. Si consideramos despreciable el rozamiento, calcula la fuerza paralela al plano que la hace caer, y la aceleración con que cae. (Anaya4) Sol: 4,9 m/s$^2$***

***108.- Sobre un bloque de 4 kg situado sobre un plano inclinado de 60º sin rozamiento se ejerce una fuerza de 30 N. Calcula la aceleración del bloque si:***

***a) La fuerza F ayuda al movimiento.***

***b) La fuerza F se opone al movimiento. (5.14)***

***Sol: -16 m/s$^2$; 0,99 m/s$^2$***




***109.- Desde lo alto de un plano inclinado 30º se deja deslizar un cuerpo de 50 kg. Sabiendo que la longitud del plano es de 39,2 m, calcula:***

***a) La fuerza responsable de que se deslice.***

***b) La aceleración a que está sometido en la caída.***

***c) El tiempo que tarda en llegar a la base del plano.***

***d) la rapidez con que llega a la base del plano. Sol: 245 N; 4,9 m/s$^2$, 4 s; 19,6 m/s***

***110.- Se impulsa en sentido ascendente sobre un plano inclinado 22º un cuerpo de 45 kg con una rapidez de 115,2 km/h. Suponiendo que no hay rozamiento entre el cuerpo y el plano, calcula:***

***a) La fuerza que se opone al movimiento.***

***b) La aceleración a que está sometido cuando sube.***

c) *El tiempo que está en movimiento hasta que se detiene.*
d) *La longitud del plano que recorre hasta su detención. (Anaya4-38)*

*Sol: 165,2 N; -3,67 m/s$^2$, 8,72 s; 139,51 m*

*111.- Un coche de 1200 kg sube por una pendiente del 15% recorriendo 4 metros sobre el plano en 2 segundos. ¿Con qué aceleración se mueve el cuerpo? Suponiendo despreciable el rozamiento, ¿qué fuerza ejerce el motor? (5.13) 2 m/s$^2$; 4164 N.*

## 10.3 MOVIMIENTO DE CUERPOS ENLAZADOS.

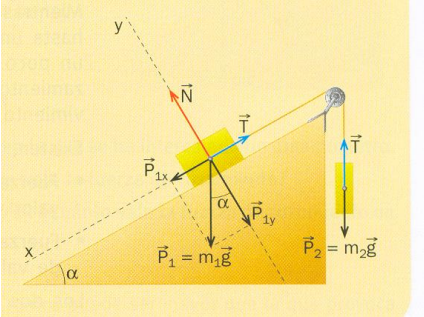
*112.- En una máquina de Atwood, un cuerpo tiene el doble de masa que el otro.*

a) *Si inicialmente están en reposo y al mismo nivel, ¿qué distancia vertical los separa después de dos segundos de empezar el movimiento?*
b) *Si la cuerda es capaz de soportar una tensión máxima igual al peso del cuerpo mayor, comprueba que no se romperá la cuerda cuando el sistema esté en movimiento. Datos: $g_0$=9,8 m/s$^2$ (5.4) Sol: 13,07 m; No*

*113.- En una máquina de Atwood se colocan dos masas iguales de 8 kg en cada uno de los extremos de la cuerda, estando inicialmente al mismo nivel. Colocando un sobrepeso en una de ellas, se observa que en 2 s se han desnivelado 8 m. Calcula el valor de dicho sobrepeso y la tensión que está soportando la cuerda. (5.17) Sol: 4,1 kg; 94,4N.*

*114.- De una cuerda pende un cuerpo de 0,6 kg. Este se encuentra unido a su vez mediante otra cuerda a un cuerpo de 0,2 kg. Si tiramos verticalmente de la primera cuerda con una fuerza de 12 N, calcula la aceleración con que se mueve el sistema y la tensión de las dos cuerdas. (5.20) Sol: 5,2 m/s$^2$; 12N; 3N.*

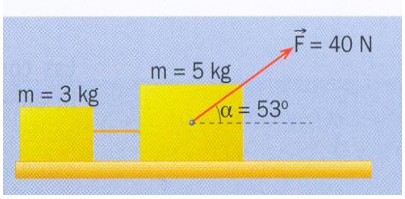
*115.- Un bloque de masa $m_1$= 4,5 kg descansa sobre un plano inclinado un ángulo α = 30º, unido mediante una cuerda ligera que pasa por una polea a un segundo bloque de masa $m_2$= 2 kg suspendido verticalmente. Calcula la tensión de la cuerda y la aceleración del sistema. (5.R4)*
*Sol: 0,37 m/s$^2$; 20,35 N.*



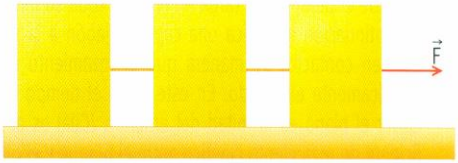

*116.- Sobre un plano inclinado 45º sin rozamiento descansa un cuerpo de 5 kg de masa unido mediante una cuerda que pasa por la garganta de una polea a otro cuerpo de 3 kg. Calcula:*

a) *En qué dirección y con qué aceleración se moverá el conjunto.*
b) *Cuál será la tensión de la cuerda. (5.18) Sol: 0,66 m/s$^2$; 31,4 N.*

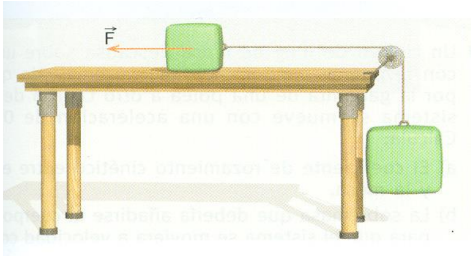
***117.- Dos masas de 3 y 5 kg, enlazadas por una cuerda, se mueven sobre una mesa horizontal lisa bajo la acción de una fuerza de 40 N que forma un ángulo de 53º con la horizontal, tal como se ve en la figura. Calcula la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda que une las masas. (5.5) Sol: 3 m/s$^2$; 9 N.***




***118.- En la figura se observa un sistema de tres cuerpos unidos por cuerdas. Si la masa de cada uno es 5kg y no existe rozamiento con el plano, calcula la tensión de las cuerdas cuando al conjunto se le aplica una fuerza de 15 N. (5.19) Sol: 10N; 5N.***



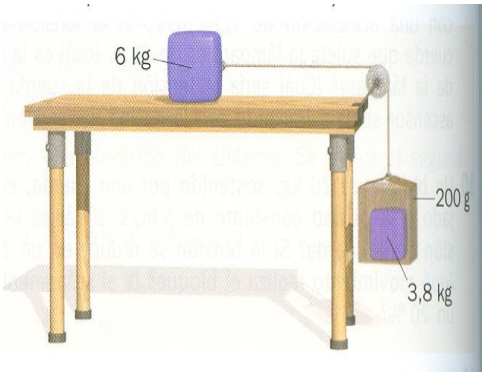

***119.- Un cuerpo de 4 kg. de masa descansa sobre una mesa sin rozamiento sujeta mediante una cuerda que pasa por la garganta de una polea a otro cuerpo de 6 kg. ¿Qué fuerza horizontal hay que aplicar el primer cuerpo para que, partiendo del reposo, avance 1 m sobre la mesa en 5 s? ¿Cuál es la tensión de la cuerda? (5.16) Sol: 59,6 N; 59,3 N***




***120.- Un cuerpo de 3,8 kg se encuentra en el interior de una caja de 200 g de masa que pende verticalmente del extremo de una cuerda que pasa por la garganta de una polea.***
***El otro extremo de la cuerda está sujeto a un cuerpo de 6 kg que reposa sobre una mesa horizontal sin rozamiento.***

***a) ¿Con qué aceleración desciende la caja?***
***b) ¿Cuál es la fuerza de reacción normal que actúa sobre el cuerpo situado dentro de la caja? (5.22)***

***Sol: 3,92 m/s$^2$; 22,3N.***




## 10.4 LAS FUERZAS DE ROZAMIENTO.

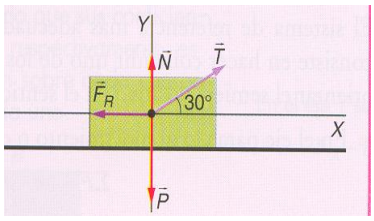
***121.- Señala lo que consideres que es cierto. Las fuerzas de rozamiento:***

***a) Actúan siempre, perpendicularmente al desplazamiento.***
***b) Tienen, siempre, la misma dirección y sentido que la velocidad.***
***c) Tienen, siempre, el mismo sentido que la aceleración.***
***d) Se oponen al movimiento.***

***122.- Se tira de una caja de 30 kg que arrastra por el suelo mediante una cuerda en la que se ha intercalado un dinamómetro.***

- ***a) Cuando el dinamómetro marca 40 N, la caja permanece inmóvil. ¿Cuánto vale el coeficiente de rozamiento?***
- ***b) Cuando el dinamómetro marca 90 N, la caja se mueve con una a = 1 m/s$^2$. ¿Cuánto vale el coeficiente de rozamiento en este caso? (5.R6) 0,13; 0,2***

***123.- Tiramos de un cuerpo de 40 kg, apoyando en una superficie horizontal, con una cuerda que forma 30º con la horizontal. Calcula:***




- ***a) El valor de la normal y de la fuerza de rozamiento si la tensión de la cuerda es de 100 N y el cuerpo permanece en reposo.***
- ***b) El coeficiente de rozamiento estático si la tensión de la cuerda en el instante en que empieza a moverse es 148N***
- ***c) El valor de la tensión y de la fuerza de rozamiento para que el cuerpo se mueva con velocidad constante si el coeficiente de rozamiento dinámico vale 0,3***

***(Anaya1-R3) Sol: 342 N y 86,6 N; 0,4; 115,7 N y 100,2 N.***

***124.- Tiramos horizontalmente de un cuerpo de 5 kg situado encima de una mesa con una fuerza de 32 N. Si μ = 0,4, calcula: a) El módulo de cada una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. b) La aceleración del cuerpo. (Anaya1-14) Sol: 49 N; 19,6 N; 2, 48 m/s$^2$***

***125.- Se lanza un objeto de 10kg de masa sobre un plano horizontal, con una velocidad inicial de 2m/s.***

- ***a) Si el coeficiente de rozamiento cinético es $\mu_k$ = 0,2, calcula el tiempo que tarda en pararse.***
- ***b) Haz el mismo cálculo suponiendo que no existe fuerza de rozamiento con el plano.***

***Sol: 1,02 s***

***126.- Para mantener constante la velocidad de un cuerpo de 80 kg sobre una superficie horizontal hay que empujarlo con una fuerza de 320 N. ¿Cuánto vale la fuerza de rozamiento entre el cuerpo y el plano? ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento cinético? ¿Con qué fuerza habría que empujarlo para que se moviera con una aceleración de 0,2 m/s$^2$? (5.24) Sol: 320N; 0,41; 336 N.***

***127.- Un ciclista pesa, junto con su bicicleta, 75 kg y se desplaza con una rapidez de 28,8 km/h. Sabiendo que sobre el sistema actúa una fuerza de frenado (rozamiento) de 15 N, calcula:***

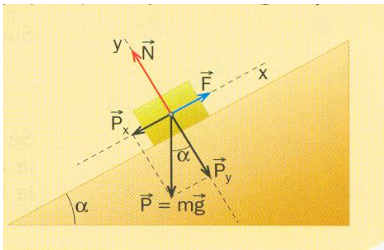
***a) El tiempo que tardará en pararse cuando deje de pedalear.***

***b) El espacio que recorrerá a partir de ese instante. Sol: -0,2 m/s$^2$; 40 s; 160 m.***

***128.- Un cuerpo de 3 kg de masa se mueve por un plano horizontal bajo la acción de una fuerza de 40 N que forma un ángulo de 30º con la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento cinético entre el cuerpo y el plano es $\mu_k$=0,25, halla la fuerza de rozamiento entre el cuerpo y el plano y la aceleración con que se mueve el cuerpo. (5.6)***
***Sol: 2,35 N; 10,8 m/s$^2$.***

***129.- Atamos una cuerda a una caja de 40 kg que está apoyada sobre una superficie horizontal y tiramos de la cuerda hacia arriba formando 30º con la horizontal. La tensión de la cuerda justo antes de empezar a moverse la caja vale 116 N. Determina:***
***a) La reacción normal de la superficie horizontal. b) la fuerza de rozamiento, c) El coeficiente de rozamiento.***

***130.- Un cuerpo de masa m = 4 kg desciende por un plano un ángulo α = 30º con una aceleración a = 2 m/s$^2$. ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento $\mu_K$ entre el cuerpo y el plano? ¿Qué fuerza hacia arriba, paralela al plano, hay que aplicar para que descienda a velocidad constante? (5.R5) Sol: 0,34; 8 N.***

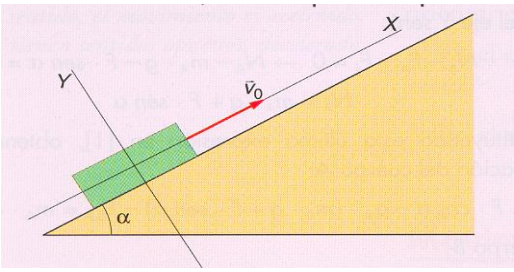



***131.- Un cuerpo de 400 g desciende a velocidad constante por un plano inclinado 30º con la horizontal. Halla: a) La fuerza de rozamiento que actúa sobre el plano. b) El coeficiente de rozamiento cinético entre el cuerpo y el plano. (5.25) Sol: 1,96 N; 0,58***

***132.- Se empuja una masa de 3 kg, inicialmente en reposo, hacia arriba de un plano inclinado mediante una fuerza paralela al plano. Al cabo de 4 s ha ascendido 10 metros sobre el plano y ha superado un desnivel de 8 m. Suponiendo que el coeficiente de rozamiento cinético entre el cuerpo y el plano es 0,2, halla el valor de F. Sol: 30,77 N.***

***133.- Desde el punto más bajo de un plano inclinado 30º respecto a la horizontal, lanzamos un cuerpo de 2 kg de masa con una velocidad inicial de 5 m/s. El cuerpo sube deslizándose hasta detenerse, y vuelve, también deslizándose, hasta el punto de partida.***

***Si el coeficiente de rozamiento es μ = 0,35, calcula:***

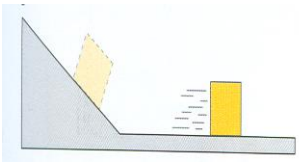



***a) La aceleración de subida.***
***b) La distancia que recorre el cuerpo al subir.***
***c) La aceleración de bajada.***
***d) Su velocidad cuando vuelve al punto inicial.***

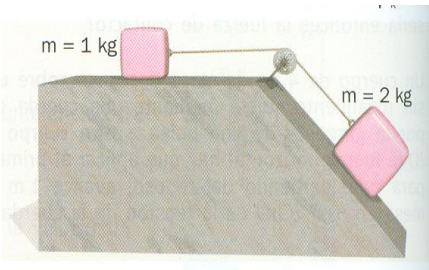
***Sol: -7,87 m/s$^2$; 1,58 m; -1,93 m/s$^2$; -2,46 m/s***

***134.- Un cuerpo de 3 kg se lanza desde el punto más bajo de un plano inclinado 25º con una velocidad de 6 m/s, sube deslizándose hasta detenerse y luego comienza a bajar. Si el coeficiente de rozamiento vale 0,45, calcula: a) La aceleración de subida. b) La distancia que recorre por el plano hasta que se detiene. c) La aceleración de bajada. d) El tiempo que tarda en volver al punto de partida (Anaya1-19´) Sol: -8,13 m/s$^2$; 2,21 m; -0,14 m/s$^2$; 6,34 s***

***135.- Desde una altura de 3 m se suelta un cuerpo de 2,5 kg que baja deslizándose por un plano inclinado 30º, sin rozamiento, y continúa en un plano horizontal donde el coeficiente de rozamiento vale 0,5. Calcula: a) La velocidad del cuerpo al final del plano inclinado. b) El espacio que recorre en el plano horizontal hasta detenerse. (Anaya1-16-´) Sol: 7,66 m/s; 5,98 m.***



***136.- Dos cuerpos de 1 kg y 2 kg descansan sobre un plano horizontal y un plano inclinado 30º, respectivamente, unidos por una cuerda que pasa a través de una polea. Halla:***

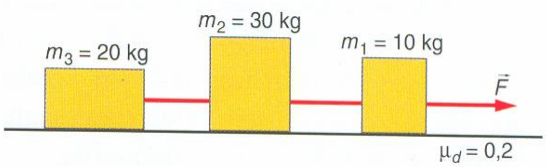



***a) La tensión de la cuerda y la aceleración del sistema suponiendo que no hay rozamiento.***
***b) Haz el mismo cálculo suponiendo que en los dos planos existe un coeficiente de rozamiento cinético $\mu_K$ = 0,34. Sol: 3,27 N; 3,6 N.***

***137.- Un cuerpo de 6 kg de masa descansa sobre una mesa con rozamiento sujeta mediante una cuerda que pasa por la garganta de una polea a otro cuerpo de 4 kg. El sistema se mueve con una aceleración de 0,1 m/s$^2$. Calcula:***

***a) El coeficiente de rozamiento cinético entre el cuerpo y la masa.***
***b) La sobremasa que debería añadirse al cuerpo de 6 kg para que el sistema se moviera a velocidad constante. (5.30) Sol: 0,65; 0,15 kg.***

***138.- Calcula el valor de la fuerza F y la tensión de cada cuerda para que los cuerpos de la figura se desplacen con una aceleración de 2 m/s². (Anaya1-22´) Sol: 237,6 N; 198 N; 79,2 N***




## *10.5 DINAMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR.*

***139.- Si la luna gira alrededor de la Tierra, es porque la suma de las fuerzas que actúan sobre ella no es nula. ¿De dónde sale la fuerza centrípeta necesaria para que la Luna pueda girar alrededor de la Tierra? ¿Qué ocurriría con el movimiento de la Luna si de repente desapareciera la atracción gravitatoria? (5.31)***

***140.- Una bola de masa m = 200 g, sujeta a una cuerda de longitud l = 1,5 m, se mueve a velocidad de módulo constante v = 6 m/s sobre una mesa sin rozamiento describiendo circunferencias. Calcula la Tensión de la cuerda. (5.R7) Sol: 4,8 N.***

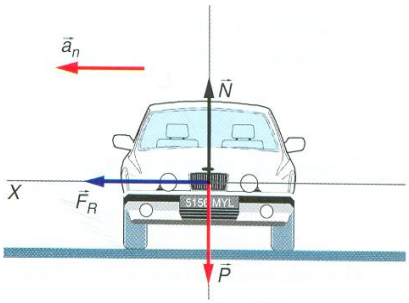
***141.- En un tiovivo, los caballitos están situados a 4,1 m del centro de giro. Un niño de 25 kg está subido a uno de ellos y la fuerza máxima que puede realizar es 24,5 N. ¿Con que velocidad máxima podremos hacer girar el tiovivo para que el niño pueda sujetarse y no caer? Sol: 2 m/s***

***142.- Un cuerpo de 0,5 kg situado sobre una mesa sin rozamiento y sujeto a una cuerda de 80 cm gira en un círculo horizontal a velocidad constante. Si la tensión de la cuerda es de 10 N, ¿cuánto tarda en dar una vuelta? (5.34) Sol: 1,26 s.***

***143.- Un automóvil de 1600 kg toma una curva plana de 200 m de radio. Si el coeficiente de rozamiento vale 0,4 , calcula:***

***a) La máxima velocidad, en km/h, con que se puede circular por la curva,***
***b) La fuerza de rozamiento lateral del vehículo cuando circula a 90 km/h.***
***c) ¿Qué ocurre si toma la curva a 108 km/h? (Anaya1-27´)***

***Sol: 100,8 km/h; 5000 N***



***144.- Un automóvil de 1600 kg de masa recorre una curva en forma de circunferencia de 450 m de radio a una velocidad de 48 km/h.***

***a) Suponiendo que la curva no tiene peralte, indica la fuerza de rozamiento ejercida por las ruedas sobre la carretera para mantener el movimiento sobre la curva sin que se produzca desplazamiento.***

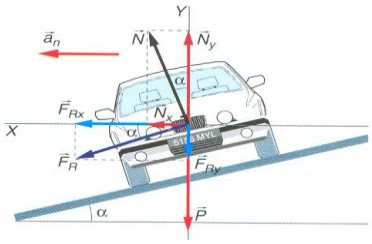
***b) Calcula el coeficiente de rozamiento estático de dicha fuerza de rozamiento. (5.33)***

***Sol: 629 N; 0,04***

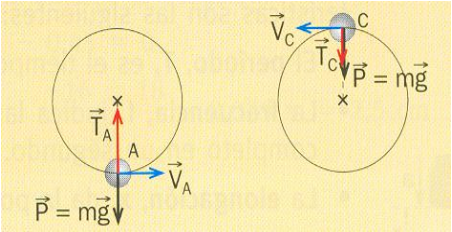
***145.- Calcula la máxima velocidad con que un automóvil puede tomar una curva peraltada 17º de 250 m de radio:***

***a) Si consideramos despreciable el rozamiento.***

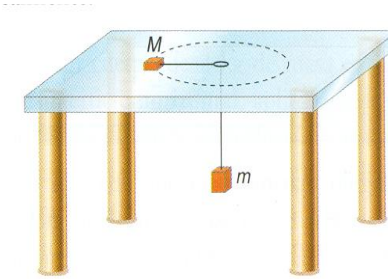
***b) Si el coeficiente de rozamiento vale 0,4 m. (*)***




***146.- Una bola gira en un plano vertical. Conociendo su velocidad en los puntos A (más bajo) y C (más alto), calcula la tensión de la cuerda en cada punto y el valor de la aceleración tangencial. Datos: $v_A$ = 10 m/s; $v_C$= 6,4 m/s; m = 2 kg; R = 0,75 m. (5.R9) Sol: 286 N; 89.62 N; 0 m/s$^2$***




***147.- Un cuerpo M de 200 g de masa describe una circunferencia de 50 cm de radio sobre una mesa horizontal dando 2 vueltas por segundo. La masa está unida mediante una cuerda que pasa por un orificio de la mesa a otra masa, m, que pende verticalmente.***



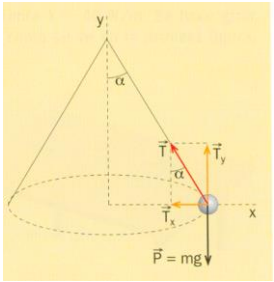

***a) La aceleración del cuerpo M.***

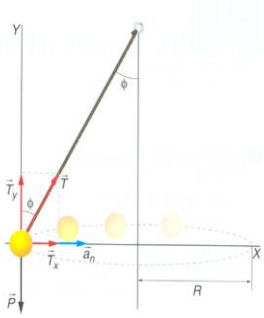
***b) La tensión de la cuerda.***

***c) El valor de m para que se den las condiciones del enunciado.***

***(Anaya1-30´) Sol: 19,8 m/s$^2$; 3,9 N; 0,4 kg.***

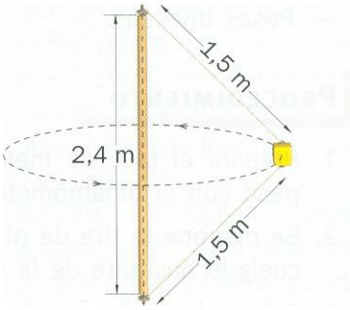
***148.- Una bola de masa m = 200 g, sujeta a una cuerda de longitud l = 1,5 m, se hace girar en el aire a velocidad constante, describiendo un péndulo cónico. Si la cuerda forma un ángulo α = 30º con la vertical, ¿cuánto tiempo tarda la bola en dar una vuelta completa? (5.R8) Sol: 2,3 s.***






***149.- Una pequeña bola de 250 g, colgada de un alambre recto de masa despreciable y de 40 cm de longitud, describe circunferencias en un plano horizontal. El alambre forma un ángulo constante de 30º con la vertical. Calcula:***

***a) La tensión del alambre.***
***b) El radio de las circunferencias descritas por la bola.***
***c) la velocidad de la bola. (Anaya1-29´)***




***150.- Una masa de 200 g sujeta a dos cuerdas de 1,5 m de largo gira alrededor de un palo vertical de 2,4 m a velocidad angular constante. La masa se mantiene en equilibrio cuando la tensión de la cuerda superior es 1,2 veces la de la cuerda interior. ¿Cuánto vale la velocidad angular en este caso? (5.35) Sol: 9,48 rad/s***