FÍSICA Y QUÍMICA // 1º BACHILLERATO.

- *TEMA 1. FORMULACIÓN INORGANICA.*
- *TEMA 2. INTRODUCCIÓN A LA QUÍMICA*
- *TEMA 3. TRANSFORMACIONES QUÍMICAS. ESTEQUIOMETRÍA.*
- *TEMA 4. ESTRUCTURA ATÓMICA, SISTEMA PERIODICO Y ENLACE QUÍMICO.*
- *TEMA 5. FORMULACIÓN ORGANICA.*
- *TEMA 6. CINEMATICA*
- *TEMA 7. DINAMICA.*
- *TEMA 8. ENERGÍA.*
- *TEMA 9. ELECTRICIDAD.*

INTRODUCCIÓN AL MOVIMIENTO. CINEMATICA.

TEMA 6

TEMARIO FÍSICA Y QUÍMICA.

Fernando Escudero Ramos.

I.E.S. FERNANDO DE LOS RÍOS (QUINTANAR DEL REY)

Índice de Contenido.

1. CARACTERÍSTICAS DEL MOVIMIENTO..... 4

1.1. SISTEMAS DE REFERENCIA..... 4

1.2. TRAYECTORIA..... 5

1.3. MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES..... 5

1.4. POSICION, DESPLAZAMIENTO Y DISTANCIA RECCORRIDA SOBRE LA TRAYECTORIA. 6

2. VELOCIDAD..... 7

2.1. RAPIDEZ DE UN MOVIMIENTO: VELOCIDAD MEDIA, VELOCIDAD INSTANTANEA 7

2.2. DIRECCIÓN Y SENTIDO DE LA VELOCIDAD. 8

3. EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (M.R.U)..... 9

4. LA ACELERACIÓN. 9

4.1. CAMBIOS EN EL MÓDULO DE LA VELOCIDAD. 9

4.2. CAMBIOS EN LA DIRECCIÓN DE LA VELOCIDAD. 10

5. EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (M.R.U.A)..... 11

5.1. LA CAÍDA LIBRE Y EL LANZAMIENTO VERTICAL. 13

6. EL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (M.C.U.) 14

6.1. VELOCIDAD LINEAL Y ANGULAR. 15

6.2. ACELERACIÓN CENTRÍPETA. 16

6.3. CLASIFICACIÓN DE MOVIMIENTOS..... 16

7. COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS..... 17

7.1. LANZAMIENTO HORIZONTAL..... 19

7.2. LANZAMIENTO OBLICUO. 20

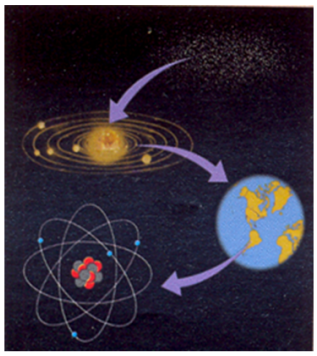
PROBLEMAS CINEMÁTICA. 23

1. CARACTERÍSTICAS DEL MOVIMIENTO.

1.1. SISTEMAS DE REFERENCIA.

- Antes de empezar el tema debemos reflexionar sobre algunas cuestiones: ¿Está en reposo la pizarra o el aula donde te encuentras? ¿Lo está la Tierra? ¿Captan nuestros sentidos el reposo y el movimiento? Si la Tierra se moviera, ¿lo captaríamos? Cada día el Sol sale por el Este y se mueve hacia el Oeste, pero, ¿es cierto que el Sol se mueve, o es falso?

- **La cinemática estudia el movimiento sin tener en cuenta sus causas.**



¿Qué hay en el universo que esté en reposo con toda seguridad?

- En el **universo,** todo se encuentra en **continuo movimiento**. Desde los electrones de los átomos, las moléculas, los planetas y las estrellas, hasta las galaxias, ni una sola partícula conocida por nosotros está en reposo.

- Esta realidad no es intuitiva. Cuando estamos sentados en el salón de nuestra casa, ¿estamos en reposo, o nos movemos? Si no reflexionamos sobre ello seguramente responderemos que estamos en reposo, ya que, de un modo espontáneo, tomamos como sistema de referencia "fijo" la casa. Nuestra tendencia natural es considerar que casi todo nuestro entorno esta formado por cosas en reposo: las casas, las montañas, la calle, etc., y por unas pocas cosas que a veces se mueven: el aire, nosotros, los coches.

- ¿Cómo saber entonces, objetivamente lo que se mueve y lo que está en reposo? Podremos hacerlo si definimos del siguiente modo:

Movimiento es el cambio de posición de un cuerpo, a lo largo del tiempo, respecto de un sistema de referencia que consideramos fijo.

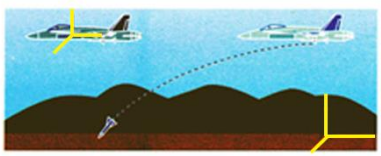
El viajero se equivoca al pensar que se mueve el vagón de enfrente.

Al mirar al andén, comprueba que es su vagón el que se mueve

- Si dicho punto está en reposo, el movimiento es absoluto

El conductor está en reposo respecto al pasajero que transporta, pero está en movimiento respecto al peatón.

- Si está en movimiento, es relativo



Desde tierra el proyectil cae describiendo una parábola. Desde el avión cae en línea recta

1.2. TRAYECTORIA.

- Se denomina trayectoria a la línea continua que describe un móvil durante su movimiento; está formada por las posiciones sucesivas del móvil a lo largo del tiempo. La estela que deja un avión de reacción en el aire y un barco en el agua, o las huellas de un animal sobre la nieve, permiten visualizar la trayectoria de estos móviles. Pero la trayectoria no tiene existencia real; es una línea imaginaria que ayuda a describir el movimiento.

- **Trayectoria es la línea imaginaria que describe un móvil durante su movimiento.**

- Los movimientos se pueden clasificar según la trayectoria descrita por el móvil:

- **Movimiento rectilíneo**: La trayectoria es una recta. Por ejemplo, la caída libre de una piedra o el movimiento de un tren en un tramo de vía recta.

- **Movimiento curvilíneo**: La trayectoria es una curva. Por ejemplo, el movimiento del extremo de una hélice que gira, el movimiento de la Tierra en torno al Sol o el de un proyectil en el aire.

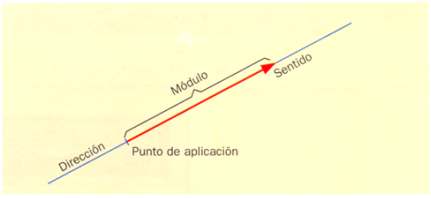
1.3. MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES.

- Las **magnitudes físicas** son aquellas propiedades de los cuerpos o de los fenómenos naturales que son susceptibles de ser medidas.

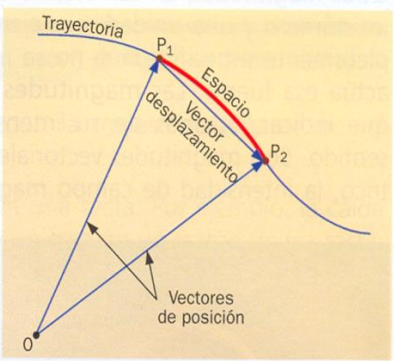
- Las **magnitudes escalares** son aquellas que quedan perfectamente definidas con un número y una unidad; por ejemplo el tiempo (5 segundos), la temperatura (25º), la energía (12 julios), etc.
- Las **magnitudes vectoriales**, en cambio, para quedar perfectamente especificadas además del valor numérico han de conocerse también su dirección y su sentido; por ejemplo, una fuerza de 5 N no queda completamente especificada si no se indica en qué dirección y en qué sentido actúa esa fuerza.

- Las magnitudes vectoriales se representan mediante vectores. Un vector es un segmento orientado. Los elementos de un **vector** son:

1. **Dirección**: Es la recta que contiene al vector.
2. **Sentido**: Queda especificado por el extremo del vector. En cada dirección hay dos sentidos posibles.
3. **Punto de aplicación**: Es el origen del vector.
4. **Módulo**: Es la longitud del vector. Cuando el vector representa una magnitud física, su módulo es proporcional a la intensidad de la magnitud física representada.

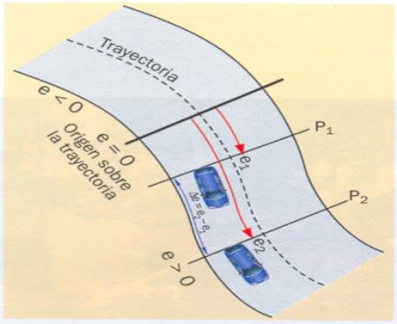


1.4. POSICION, DESPLAZAMIENTO Y DISTANCIA RECCORRIDA SOBRE LA TRAYECTORIA.



- Cuando queremos estudiar el movimiento de un coche, por ejemplo, un método práctico y sencillo que ya hemos utilizado en cursos anteriores es tomar como sistema de referencia la carretera y, como origen, un punto cualquiera de ella. Entonces, llamaremos **posición al lugar donde el móvil se encuentra respecto al origen**, y de forma escalar la expresaremos por la distancia, medida sobre la carretera, entre ese punto y el origen.

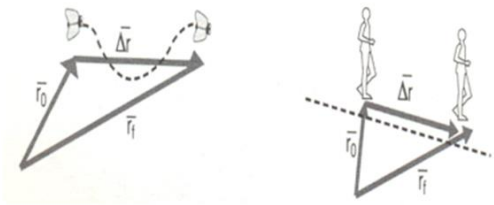
- Cuando hagamos un tratamiento vectorial, utilizaremos el **vector de posición** (origen en el sistema de referencia elegido O y su extremo en la posición P ocupada por el móvil) y los ejes de coordenadas.



Posición de un móvil medida sobre la trayectoria.

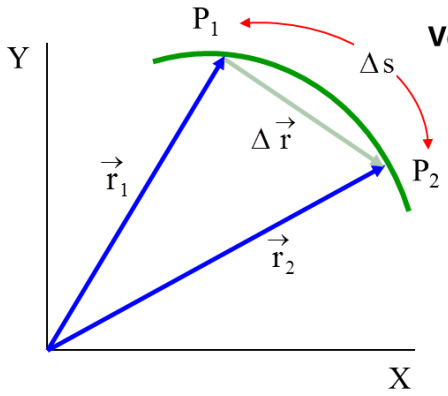
- Tanto si la trayectoria es recta como si es curva, o si el móvil, tras recorrer un camino, retrocede y regresa hacia el punto de origen:

  La distancia recorrida, Δs, es la longitud de la trayectoria descrita por el móvil. Es una magnitud escalar y su unidad en el S.I es el metro (m).



Un fórmula 1 da una vuelta completa al circuito; el módulo del vector desplazamiento es cero; el espacio recorrido ha sido 2πR, siendo R el radio del circuito.

- Para estudiar de forma más rigurosa los movimientos, hemos de tener en cuenta la dirección y el sentido en que se producen. Para ello, introducimos el concepto de desplazamiento:
- **El desplazamiento es un vector que une la posición inicial del móvil con la final**.
- Su modulo es: $\Delta x = x_f - x_0$
- Es importante tener en cuenta que la distancia o espacio recorrido, Δs, no coincide con la longitud del vector desplazamiento, Δx, salvo en el caso de que la trayectoria sea rectilínea y el móvil no retroceda.
- Imagina un corredor que se desplaza 50 m hasta llegar al final de la pista y entonces gira y recorre 20 m más en sentido contrario. La distancia recorrida será: 50 m + 20 m = 70 m. El desplazamiento será: 30 – 0 = 30 m.



Vector de posición y vector desplazamiento

- El vector de posición $\vec{r}_1$ de un móvil, es el vector con origen en O y extremo en P_1.
  Se representa por $\overrightarrow{OP_1} = \vec{r}_1$

- El vector desplazamiento $\Delta\vec{r}$ de un móvil entre dos puntos P_1 y P_2 de su trayectoria, es el vector con origen en P_1 y extremo en P_2
  Si el movimiento es plano: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} = \Delta x\,\vec{i} + \Delta y\,\vec{j}$

En general, $|\Delta\vec{r}| \neq \Delta s$

2. VELOCIDAD.

2.1. RAPIDEZ DE UN MOVIMIENTO: VELOCIDAD MEDIA, VELOCIDAD INSTANTANEA

- Los cambios de posición de un móvil pueden ser rápidos o lentos. Por ejemplo, un automóvil que recorre 100 m en 5 s se mueve más rápido que otro que recorre esos 100 m en 8 s.
- Interesa definir una magnitud que mida la rapidez con la que se producen los cambios de posición durante el movimiento.
- **La velocidad media de un móvil es el cociente entre la distancia recorrida sobre la trayectoria y el tiempo invertido en recorrerla.**

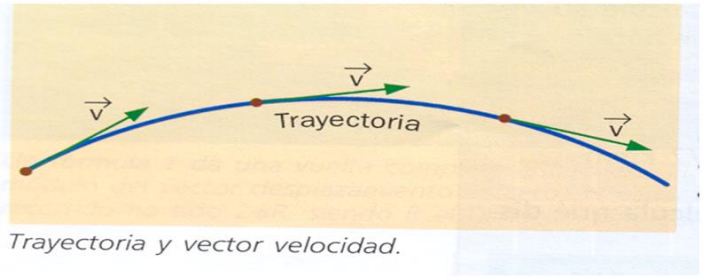
- Imagina que hacemos un viaje de 50 km y tardamos media hora; la velocidad media del movimiento habrá sido:

$$\text{Velocidad media} = \frac{\text{Distancia total recorrida}}{\text{Tiempo total}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_f - s_0}{t_f - t_0} = \frac{50\,\text{km}}{0{,}5\,\text{h}} = 100\,\text{km/h}$$

- La unidad de velocidad en el S.I es el metro por segundo (m/s). También se usa mucho en la práctica el kilómetro por hora (km/h).

- **Velocidad instantánea es la velocidad media de un móvil durante un intervalo de tiempo muy pequeño.**

2.2. DIRECCIÓN Y SENTIDO DE LA VELOCIDAD.



Trayectoria y vector velocidad.

- Para una descripción completa del movimiento no basta conocer el valor numérico de la velocidad instantánea; es preciso determinar en cada momento la dirección y el sentido de la velocidad. El vector velocidad tiene:

1. **Dirección**: Tangente a la trayectoria en cada instante.
2. **Sentido**: El del movimiento.
3. **Punto de aplicación**: Posición del móvil.
4. **Modulo**: Suele denominarse simplemente velocidad, pero es más correcto denominarlo celeridad o rapidez para distinguirlo de la velocidad como vector.

- **La velocidad es una magnitud vectorial. La dirección del vector velocidad es tangente a la trayectoria y su módulo se denomina rapidez.**

Velocidad media

Ambos vehículos salen y llegan a la vez, pero no han viajado juntos. Tienen en común su velocidad media

- Magnitud velocidad media escalar: $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$
- Vector velocidad media: $\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$
- $\Delta \vec{r} = \Delta x\ \vec{i} + \Delta y\ \vec{j} \Rightarrow \vec{v}_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{j} = v_{xm}\vec{i} + v_{ym}\vec{j}$

Velocidad instantánea $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ cuando $\Delta t \to 0$ En coordenadas cartesianas: $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$

3. EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (M.R.U)

- Los movimientos pueden ser uniformes y no uniformes según que el valor del módulo de la velocidad se mantenga constante o no. Un móvil efectúa un **movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U)** si su trayectoria es una recta y el módulo de su **velocidad es constante**.
- En el MRU, el móvil recorre espacios iguales en intervalos de tiempos iguales, por lo que su velocidad media es la misma en cualquier intervalo de tiempo que se considere y coincide con la velocidad instantánea. Si en el intervalo de tiempo t el móvil ha recorrido un espacio Δx sobre la trayectoria, la velocidad media ha sido:

$$v_m = v = \Delta x/\Delta t \qquad \text{Por tanto el espacio recorrido es: } \Delta x = v \cdot \Delta t$$

- **En un movimiento rectilíneo uniforme el espacio recorrido sobre la trayectoria es igual al producto de la velocidad por el tiempo empleado.**

$$x_f = x_o + v \cdot (t - t_o)$$

- **Esta es la Ecuación general del M.R.U**, y nos permite calcular la posición del móvil, x_f, en cualquier instante, t, conocidos la posición inicial en el momento en que se comienza a contar el tiempo, x_o, y la velocidad, v.

4. LA ACELERACIÓN.

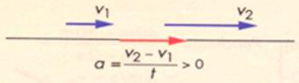
4.1. CAMBIOS EN EL MÓDULO DE LA VELOCIDAD.

- Los movimientos más frecuentes no son los uniformes, sino los acelerados, en los que varía la velocidad (La caída de un objeto, la rotación de la Tierra alrededor del Sol, el arranque o parada de un vehículo, el despegue de una nave espacial). Para medir estos cambios, necesitamos una nueva magnitud: **la aceleración (indica la rapidez con que varía la velocidad con el tiempo).**
- Como la velocidad es una magnitud vectorial, la aceleración también debe serlo, y debe dar cuenta de los cambios que se produzcan en la velocidad, tanto en su módulo como en su dirección y sentido. Para ello definiremos a continuación la **aceleración tangencial y la aceleración normal.**
- Una de las causas de que se origine un movimiento acelerado es que varíe el módulo de la velocidad, sin que lo hagan ni su dirección ni su sentido; esto implica un movimiento rectilíneo. La magnitud física que da cuenta de los cambios en el módulo de la velocidad es la aceleración tangencial, a_t:
- **Aceleración tangencial es la variación que experimenta el módulo de la velocidad en el tiempo.**

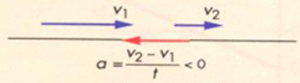
$$\text{Su módulo es: } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$$

La aceleración es un vector que tiene la misma dirección que la velocidad, aunque su sentido puede ser el mismo o el contrario, según el movimiento sea acelerado o retardado.

Así, en uno acelerado:



Y en uno retardado:

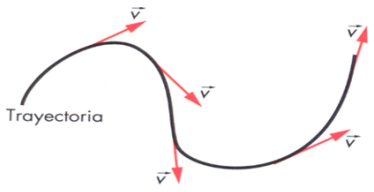


puesto que la variación de la velocidad, Δv, es negativa.

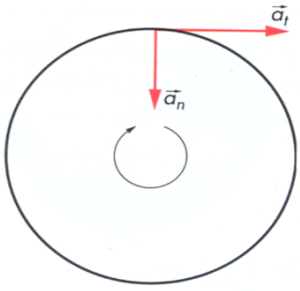
- Observa que la aceleración tangencial no es el cociente entre la velocidad y el tiempo, sino entre lo que varía la velocidad y el tiempo. La **aceleración será tanto mayor cuanto más rápido sea el cambio de la velocidad**.
- Al igual que la velocidad, la aceleración tangencial es un vector tangente a la trayectoria en los movimientos curvilíneos. Si es negativa, el **movimiento es retardado** o decelerado y por tanto la **velocidad disminuye**. En estos apuntes cuando hablemos de aceleración a secas, nos referiremos a la tangencial.
- Por el contrario en el m.r.u la aceleración es cero porque no hay cambio de velocidad.
- Del mismo modo que hicimos con la velocidad, también podemos definir una **aceleración media** y una instantánea. Cuando el incremento del tiempo es infinitamente pequeño, tenemos una **aceleración instantánea**.
- Su unidad en el S.I es el:

$$a = \Delta v / \Delta t = (m/s) / s = m/s^2$$

4.2. CAMBIOS EN LA DIRECCIÓN DE LA VELOCIDAD.



Cuando el movimiento es curvilíneo, la dirección del vector velocidad varía según el móvil avanza por la trayectoria.

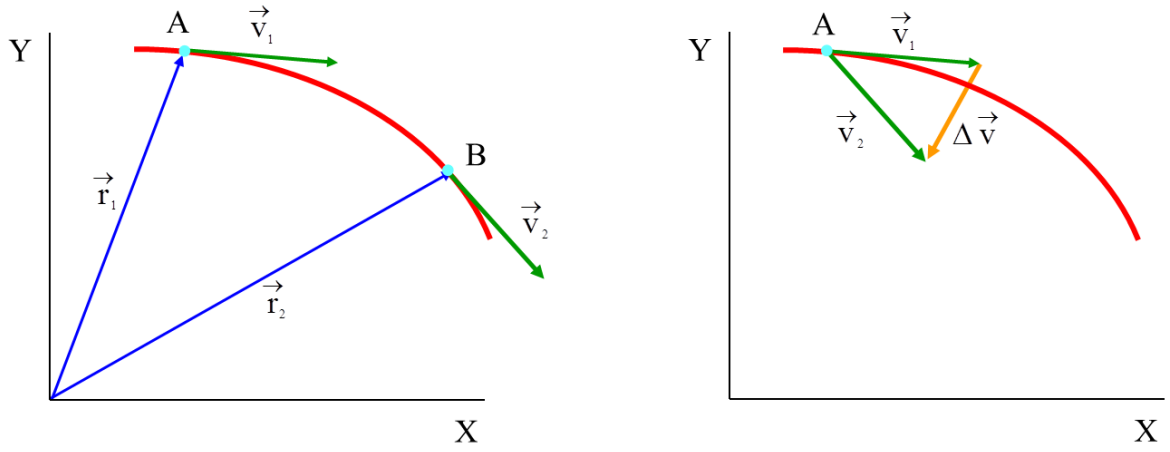


Dirección de las aceleraciones tangencial y normal. Observa que, en un movimiento curvilíneo, pueden existir ambos tipos de aceleración.

- En los movimientos rectilíneos tan solo puede haber aceleración tangencial. Sin embargo, cuando la trayectoria es una curva, puede haber otra, porque el vector velocidad cambia de dirección al seguir la trayectoria del móvil. Recuerda que la velocidad instantánea es siempre tangente a la trayectoria.
- **Definimos la aceleración normal como el cambio que experimenta la dirección de la velocidad en el tiempo.**
- La denominamos normal porque es un vector perpendicular (normal) a la trayectoria, dirigido hacia el centro de curvatura.

$$\text{Su módulo es : } a_n = \frac{v^2}{r}$$

- Donde v es el módulo de la velocidad y r es el radio de giro de la trayectoria.



La variación de la velocidad se obtiene gráficamente trasladando el origen de $\vec{v}_2$ al de $\vec{v}_1$, construyendo así $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$

La aceleración instantánea $\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ cuando $\Delta t \to 0$

La aceleración media $\vec{a}_m = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$

5. EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (M.R.U.A)

El movimiento del objeto en caída por el plano indicado es un mrua.

- Se denomina movimiento uniformemente acelerado al que tiene **aceleración constante**, es decir, al que experimenta la misma variación de velocidad en cada unidad de tiempo. Si además la **trayectoria es rectilínea**, el movimiento resultante es un **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (m.r.u.a)**.

- En un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado la aceleración media es igual que la aceleración instantánea al ser constante. Por tanto de la propia definición de aceleración podemos deducir la **ecuación de la velocidad**:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$$

$$\mathbf{v_f = v_o + a \cdot (t - t_o)}$$

- Esta ecuación nos ofrece el valor de la velocidad del móvil, v_f, en función del tiempo transcurrido, t, desde que se inicio el movimiento, conocidos la velocidad inicial, v_o, y la aceleración del movimiento, a.

- Vamos a deducir la **ecuación de la posición**, que es aquella que nos ofrece la **posición del móvil en función del tiempo**. En primer lugar de la expresión de la velocidad media despejamos x_f:

$$v_m = (x_f - x_o) / t \rightarrow x_f = x_o + v_m \cdot t$$

- Pero no conocemos la velocidad media, v_m, de modo que tendremos que idear el modo de sustituirla por otros valores. En el m.r.u.a, la velocidad varía uniformemente y, por tanto, podemos calcular también v_m como la media aritmética de los valores inicial y final. Teniendo además en cuenta que, como hemos visto antes, $v_f = v_o + a \cdot t$, si sustituimos en la expresión de la velocidad media, resulta:

$$v_m = (v_o + v_f) / 2 \rightarrow v_m = (v_o + v_o + a \cdot t) / 2 = v_o + \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot t$$

- Ahora ya podemos sustituir el valor de la v_m en la ecuación de la posición:

$$x_f = x_o + v_m \cdot t = x_o + (v_o + \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot t) \cdot t$$

$$x_f = x_o + v_o \cdot t + \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

- En resumen las ecuaciones que rigen el m.r.u.a son dos: la ecuación de la velocidad y la de la posición.

$$v_f = v_o + a \cdot t$$
$$x_f = x_o + v_o \cdot t + \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

- Estas dos ecuaciones nos proporcionan la velocidad y la posición en función del tiempo. Pero podemos obtener una ecuación auxiliar muy utilizada en la practica que relaciona la posición y la velocidad.

- Si se despeja el tiempo en la ecuación de la velocidad y se sustituye en la ecuación de la posición, resulta:

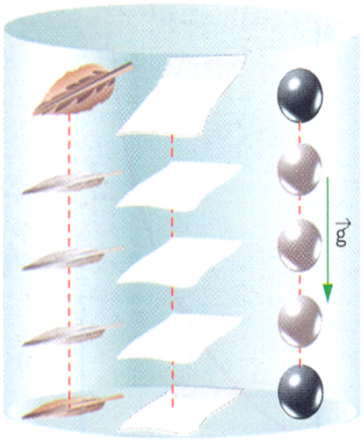
$$v_f = v_o + a \cdot t \rightarrow t = v_f - v_o / a$$

$$x_f = x_o + v_o \cdot t + \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 =$$
$$= x_o + v_o \cdot (v_f - v_o / a) + \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot t\,(v_f - v_o / a)^2$$

- De donde:

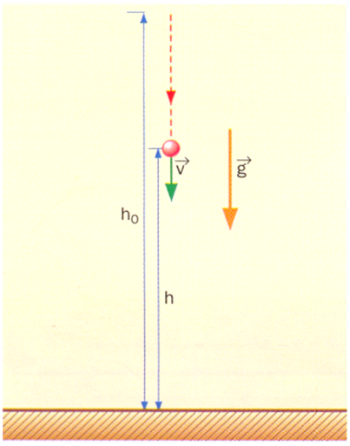
$$v_f^2 - v_o^2 = 2 \cdot a \cdot (x_f - x_o)$$

5.1. LA CAÍDA LIBRE Y EL LANZAMIENTO VERTICAL.



En el vacío, una pluma, un papel y una bola de acero caen con la misma aceleración.

- Cualquier cuerpo soltado desde cierta altura cae hacia el suelo siguiendo una trayectoria recta. Este movimiento se denomina **caída libre.**
- A principios del siglo XVII el físico italiano **Galileo Galilei** demostró que el movimiento de caída de los cuerpos es un **movimiento uniformemente acelerado** y que el valor de la aceleración es el mismo para todos los cuerpos independientemente de su masa, forma o tamaño.
- Como la resistencia ofrecida por el aire puede causar que los cuerpos caigan más o menos deprisa, es más riguroso decir que los cuerpos caen en el vacío con la misma aceleración.
- **Todos los cuerpos caen en el vació con la misma aceleración, llamada aceleración de la gravedad (g).**
- A nivel del mar, el valor de la aceleración de la gravedad es $g = 9{,}8\ m/s^2$.



Caída libre.

- **Ecuaciones del movimiento de la caída libre.**
- La posición del móvil o altura (h) se suele medir a partir del nivel del suelo. La aceleración es el valor de la aceleración de la gravedad ($g = 9{,}8\ m/s^2$). Por tanto, las ecuaciones del m.r.u.a se pueden escribir como:

$$v_f = v_o + a \cdot t$$
$$h_f = h_o + v_o \cdot t + \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

- Siendo **h_o la altura inicial del cuerpo** y **h_f la altura final**. Se establece por convenio que las **velocidades con sentido hacia arriba son positivas** (caso de un lanzamiento vertical), y con **sentido hacia abajo, negativas** (caso de caída libre). La **aceleración de la gravedad** siempre está dirigida hacia abajo **($-9{,}8\ m/s^2$).**
- Cuando se lanza una piedra verticalmente hacia arriba, seguirá un movimiento similar al de la caída pero invertido **(lanzamiento vertical);** por lo que llevara una velocidad inicial elevada que irá disminuyendo hasta detenerse en el punto más alto ($v_f = 0$) y caer de nuevo convirtiéndose en una caída libre.

Problema de aplicación al cálculo del espacio en caída libre

Una tubería de una fábrica tiene un escape por el que salen 100 gotas cada 2 minutos. Si la tubería se encuentra se encuentra a 30 m sobre el suelo y ya ha llegado alguna al suelo, dibujar la posición de todas las gotas que se encuentran en el aire en el momento en que comienza a caer una concreta

- Una gota tarda en caer: $y = y_0 + v_0\, t + \frac{1}{2}\, a\, t^2$

$$0 = 30 + 0 + \frac{1}{2}(-9{,}8)\, t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 30}{9{,}8}} = 2{,}47 \ s$$

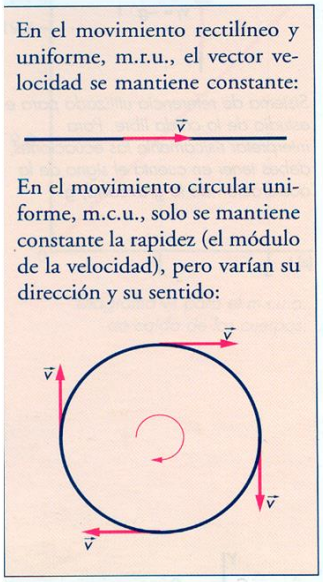
- Las gotas caen cada, $\underline{100 \text{ gotas} \rightarrow 120 \text{ s}}$ ==> x = 1, 2 s.

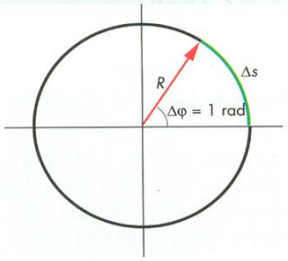
1 gota → x s

luego cuando una gota sale, hay en el aire 2,47/1,2 → 2 gotas

- La primera ha descendido $s_1 = 30 + 0{,}5 \cdot (-9{,}8) \cdot 1{,}2^2 = 22{,}95 \Rightarrow$ **$s_1 = 22{,}95$ m**
- La segunda ha descendido $s_2 = 30 + 0{,}5 \cdot (-9{,}8) \cdot 2{,}4^2 = 1{,}8 \Rightarrow$ **$s_2 = 1{,}8$ m**

6. EL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (M.C.U.)





- Como ya hemos indicado, los movimientos de trayectoria curvilínea son mucho más abundantes que los rectilíneos. En este curso abordaremos el caso más sencillo que puede presentarse: el circular uniforme.
- **Movimiento circular uniforme (M.C.U) es el de un móvil que recorre una trayectoria circular con rapidez constante.**
- El **movimiento circular**, la **trayectoria** seguida por el móvil es siempre una **circunferencia**, o un arco de ella y, por tanto, las distancias recorridas son las longitudes de estos arcos.
- Existe una relación matemática sencilla entre los arcos y los ángulos que sustentan: **ángulo es la relación entre el arco y el radio con que ha sido trazado**. Si llamamos Δs al arco recorrido, e Δφ al ángulo barrido por el radio:

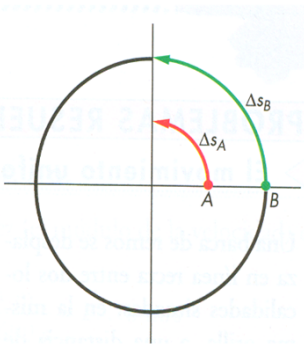
$$\text{Ángulo} = \frac{\text{Arco}}{\text{Radio}} = \frac{\Delta s}{R} = \Delta\Phi$$

La unidad de ángulos es el **radián (rad), que es el ángulo cuya longitud del arco es igual al radio**.

Una circunferencia completa tendrá: **360º = 2·π rad**

$$\text{Ángulo} = \frac{\text{Arco}}{\text{Radio}} = \frac{\Delta s}{R} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{R} = 2 \cdot \pi \text{ radianes}$$

6.1. VELOCIDAD LINEAL Y ANGULAR.



- Imagina un disco que hacemos girar con una cierta rapidez y en el que hemos marcado dos puntos A y B. Cuando el disco haya efectuado un cuarto de giro, el punto A habrá recorrido un arco Δs_A, menor que el punto B, que habrá recorrido Δs_B. Sus velocidades lineales serán distintas, puesto que, en el mismo tiempo, el punto B ha recorrido mayor distancia. Y así ocurre con cada uno de los puntos de un cuerpo que gira. ¿Cómo podríamos entonces expresar la velocidad con que gira el disco?

- Observa que, al girar ambos barren el mismo ángulo en el mismo tiempo. En este caso, $\pi/2$ radianes (90º). Esto equivale a decir que todos los puntos del disco giran ángulos iguales en tiempos iguales. Debemos entonces definir la velocidad del disco en términos angulares y no lineales.

- **Velocidad angular es el ángulo barrido en la unidad de tiempo.**

- La ecuación del movimiento es:

$$\Delta\phi = \omega\,\Delta t \;\Rightarrow\; \phi = \phi_0 + \omega(t - t_0)$$

- Donde ω es la velocidad angular, $\Delta\varphi$, el ángulo barrido expresado en radianes, e Δt, el tiempo transcurrido. Su unidad en el **S.I. es el rad/s.**

- En la industria y en el comercio suele utilizarse como unidad las **r.p.m (revoluciones por minuto).** La **equivalencia** entre una y otra unidad es sencilla; pasemos 45 r.p.m a rad/s:

$$45\,\frac{\text{vueltas}}{\text{min}}\cdot\frac{2\cdot\pi\,\text{rad}}{\text{vuelta}}\cdot\frac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}} = 4{,}7\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

- Habíamos establecido que la relación entre arcos y ángulos es:

$$\Delta s = \Delta\varphi \cdot R$$

- Si dividimos los dos miembros de esta expresión por el tiempo empleado:

$$\Delta s / \Delta t = (\Delta\Phi \cdot R) / \Delta t \;\rightarrow\; v = \omega \cdot R$$

- Lo que establece la **relación ente la velocidad angular y la velocidad lineal**; observa que esta última es directamente proporcional al radio de giro.

En el movimiento circular se utilizan también los conceptos de período y frecuencia que se aplican especialmente a los movimientos ondulatorios.

Período es el tiempo (T) que emplea el móvil en dar una vuelta completa. Se expresa en segundos.

Frecuencia (f) es el número de vueltas que gira el móvil en un segundo. Se expresa en vueltas/s, unidad a la que se llama **hercio** (hertz). Su símbolo es **Hz.**

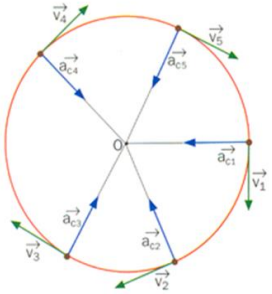
La frecuencia y el período son dos magnitudes inversas:

$$f = \frac{1}{T}$$

¿Cuál será el período de un disco que da 4 vueltas por segundo? ¿Y su frecuencia expresada en hercios?

6.2. ACELERACIÓN CENTRÍPETA.

- Todos los movimientos circulares, desde un punto de vista vectorial, son acelerados, puesto que la **dirección del vector velocidad varía** constantemente al recorrer el móvil su trayectoria.
- Al no cambiar el módulo, se trata solo de una **aceleración normal**, a_n (perpendicular a la trayectoria), a la que se denomina **aceleración centrípeta**, puesto que es un vector dirigido siempre al centro de la circunferencia.



- Su **módulo**, en función de la velocidad lineal y en función de la velocidad angular, es:

$$a_n = v^2 / R$$

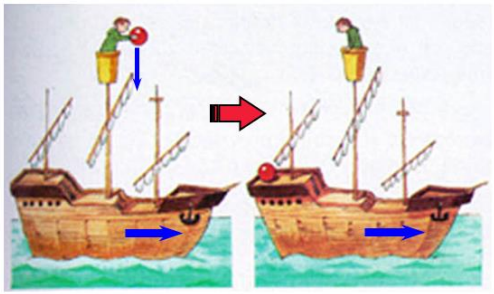
$$a_n = (\omega \cdot R)^2 / R = \omega^2 \cdot R$$

6.3. CLASIFICACIÓN DE MOVIMIENTOS.

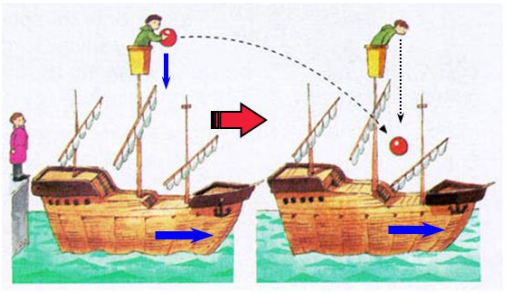
Movimientos rectilíneos $a_\eta = 0$	Movimientos circulares $a_\eta \neq 0$ y $R = cte$
Movimiento rectilíneo uniforme $a_\tau = 0$	Movimiento circular uniforme $a_\tau = 0$
Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado $a_\tau = cte$	Movimiento circular uniformemente acelerado $a_\tau = cte$
Movimiento rectilíneo acelerado $a_\tau \neq cte$	Movimiento circular acelerado $a_\tau \neq cte$

7. COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS.

Galileo: Principio de independencia



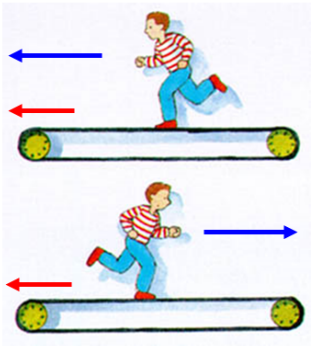
Pensaban que el objeto que caía desde el mástil de un barco en movimiento, impactaría hacia popa.



Para el observador fijo en tierra el objeto describe al caer, una trayectoria parabólica, suma de 2 movimientos

Si un móvil está sometido a dos movimientos, su cambio de posición es independiente de que la actuación de éstos , sea de forma simultánea o sucesiva

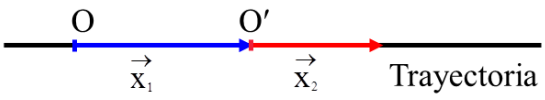
Composición de MRU en la misma dirección



- La velocidad del niño al correr sobre la cinta, crece o decrece según el sentido elegido
- El principio de superposición dice que si un objeto está sometido a la vez a dos o más movimientos, se cumple que:

$$\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \ldots + \vec{r}_i$$
$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \ldots + \vec{v}_i$$
$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \ldots + \vec{a}_i$$

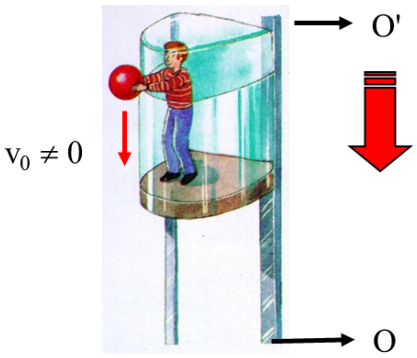
- En este caso, su composición será:



$$x_1 = x_{01} + v_{1x}\, t$$
$$x_2 = x_{02} + v_{2x}\, t$$
$$x_1 + x_2 = (x_{01} + x_{02}) + (v_{1x} + v_{2x})\, t$$

La suma es un MRU en la misma dirección

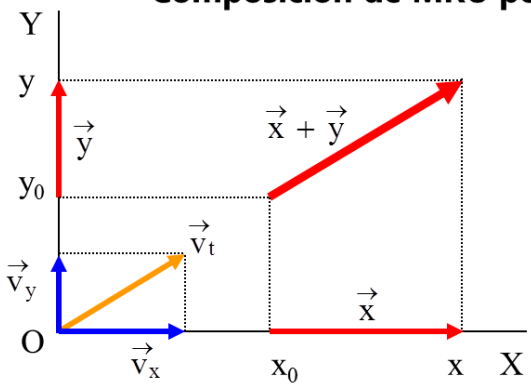
Estudio del lanzamiento vertical



- El ascensor desciende con MRU, y a su vez el niño lanza la pelota hacia abajo
  - O′ efectúa un MRU respecto al sistema O
    $$y_1 = y_{01} + v_1\, t$$
  - La pelota efectúa un MRUA respecto a O'
    $$y_2 = y_{02} + v_0\, t + \frac{1}{2}\, a\, t^2$$
  - Su suma es:
    $$y_1 + y_2 = (y_{01} + y_{02}) + (v_1 + v_0)t + \frac{1}{2}\, a\, t^2$$

- La suma de un MRU y otro MRUA, ambos en la misma dirección, origina otro MRUA en la misma dirección

Composición de MRU perpendiculares

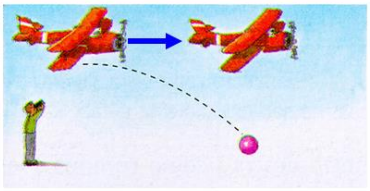


- Sean dos movimientos rectilíneos uniformes en las direcciones de los ejes X e Y con velocidades respectivas $\vec{v}_x$ y $\vec{v}_y$

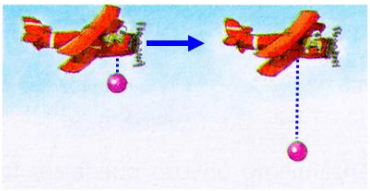
- Si un móvil experimenta solo el primer movimiento: $\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_x\, t$
- Si un móvil experimenta solo el segundo movimiento: $\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_y\, t$
- Cuando experimenta la superposición de ambos: $\vec{x} + \vec{y} = (\vec{x}_0 + \vec{y}_0) + (\vec{v}_x + \vec{v}_y)t$
- El resultado es un MRU en la dirección determinada por: $\vec{v}_t = \vec{v}_x + \vec{v}_y$

7.1. LANZAMIENTO HORIZONTAL.

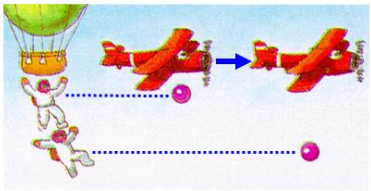
Trayectorias descritas por la pelota según el sistema de referencia



Para un observador en tierra, la trayectoria es parabólica



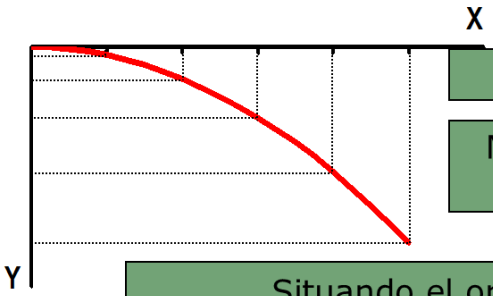
Para un pasajero del avión, el movimiento es vertical y en caída libre



Para el observador en caída libre, el móvil posee un MRU horizontal

Características del movimiento

- Las proyecciones del móvil sobre los ejes son cada segundo
- Es un movimiento compuesto por:



MRU Eje x → $x = x_0 + v_{0x}t$; $v_x = cte$

MRUA Eje y → $y = y_0 + v_{y0}\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$; $v_y = v_{y0} + at$

Situando el origen en tierra y considerando.

$X_0 = 0$; $y_0 = h_0$; $y = h_f$

$v_{0x} = v_0 = cte$; $v_{0y} = 0$

$a = -9{,}8$

Ecuaciones del movimiento

Eje x → $x = v_x t$; $v_x = v_0 = cte$

Eje y → $h_f = h_0 + \frac{1}{2}\,a\,t^2$; $v_y = a \cdot t$

Mezclando x e y → Ecuación de la trayectoria $y = h + (a/2v_0^2)\cdot x^2$

Problema de aplicación de tiro horizontal

Un avión vuela a 5000 m de altura con una velocidad horizontal de 200 m/s desea bombardear un objetivo. Calcular: a) El tiempo que tardará la bomba en llegar al suelo b) La distancia sobre la vertical del objetivo a la que debe soltar la bomba

a) Tiempo que tarda la bomba en caer

Solo depende de la altura del avión

$h_f = h_0 + v_{0y}t + 1/2\ at^2 \quad \Rightarrow \quad 0 = 5000 + 0 - 4{,}9\ t^2 \quad \Rightarrow$ $t = 31{,}945$ s

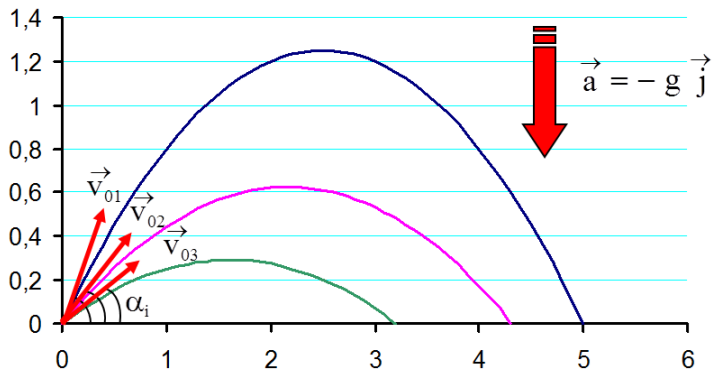
b) Distancia a la que debe soltar la bomba

Cuando la bomba llegue el objetivo, el avión se encontrará sobre él

Como ha recorrido $x = v_x \cdot t = 200 \cdot 31{,}94 = 6388$ m, el avión soltará la bomba a esa misma distancia antes de la vertical.

7.2. LANZAMIENTO OBLICUO.

Unas trayectorias muy comunes



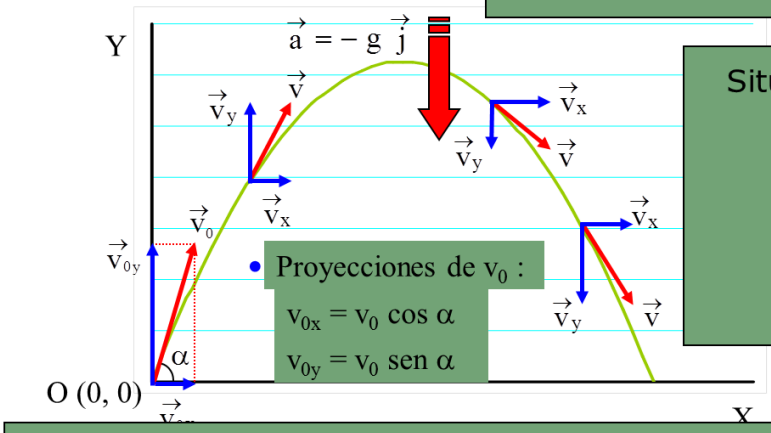
- Son las descritas, por ejemplo, por el lanzamiento de distintos proyectiles disparados desde el suelo.
- Dependen de la velocidad inicial de salida $\vec{v}_{0i}$ y del ángulo de lanzamiento α_i

- Es el resultado de la composición de un MRU horizontal y un MRUA en dirección vertical.

MRU Eje x → $x = x_0 + v_{0x}t$; $v_x = cte$

MRUA Eje y → $y = y_0 + v_{y0}t + ½ a t^2$; $v_y = v_{y0} + at$

Características del movimiento



- Proyecciones de v_0 :
  - $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$
  - $v_{0y} = v_0 \operatorname{sen} \alpha$

Situando el origen en tierra y considerando.

$X_0 = 0$; $y_0 = 0$; $y = h_f$

$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha = cte$

$v_{0y} = v_0 \cdot \operatorname{sen} \alpha$

$a = -9{,}8$

Ecuaciones del movimiento

Eje x → $x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$;

Eje y → $h_f = v_0 \cdot \operatorname{sen} \alpha \cdot t + ½ a t^2$;

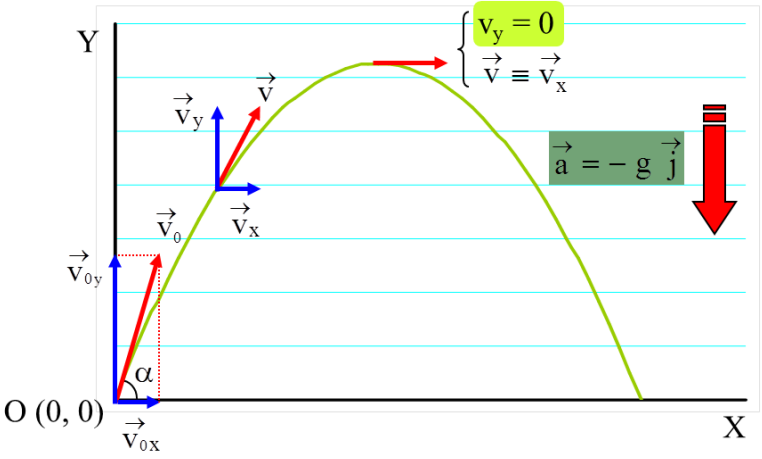
$v_x = v_0 \cdot \cos \alpha = cte$

$v_y = v_0 \cdot \operatorname{sen} \alpha + a t$

Mezclando x e y → Ec. de la trayectoria $y = tag\ \alpha \cdot x + (a/2\ v_0^2 \cos^2\alpha) \cdot x^2$

Aplicaciones de este movimiento

- Tiempo empleado en lograr la altura máxima



$v_y = v_0 \cdot \operatorname{sen} \alpha + a t$

$v_y = 0 \Rightarrow 0 = V_0 \operatorname{sen} \alpha - gt$

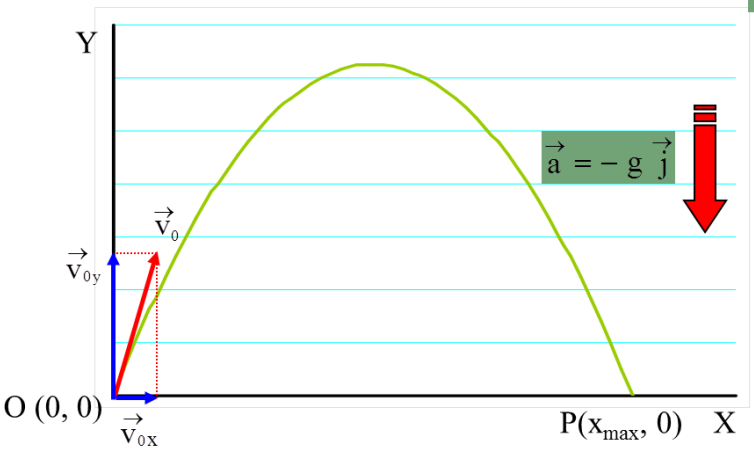
$$t = \frac{v_0 \operatorname{sen}\alpha}{g}$$

El tiempo que tarda en caer desde el instante en que fue lanzado, será el doble

- Cálculo del punto de altura máxima: $$y_{max} = v_0\, t \operatorname{sen} \alpha - \frac{1}{2} g t^2 = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{2g}$$

Aplicaciones de este movimiento

- **Cálculo del alcance del tiro**



$h_f = v_0 \cdot \text{sen } \alpha \cdot t + ½\, a\, t^2$

- La caída se produce en $P(x_{max}, 0) \Rightarrow y = 0$

$$v_0\, t \,\text{sen}\,\alpha - \frac{1}{2} g\, t^2 = 0$$

$$t = \frac{2\, v_0 \,\text{sen}\,\alpha}{g}$$

$$x_{max} = v_0 \cos\alpha \; t$$

$$x_{max} = \frac{v_0^2 \,\text{sen}\, 2\alpha}{g}$$

Si $v_0 = cte$, el alcance es máximo cuando $\alpha = 45°$

Si $v_0 = cte$, como sen 2 α = sen $(180° - 2\alpha)$ el alcance será el mismo si los ángulos son complementarios (α y $90 - \alpha$)

Problema de aplicación de tiro oblicuo (I)

Un futbolista realiza un lanzamiento de balón con una velocidad inicial de 20 m/s y que forma un ángulo con el suelo de 30º. Calcular: a) Su vector de posición cuando t =2 s después del lanzamiento b) Su vector velocidad y su módulo en t = 2 s c) La altura máxima del lanzamiento d) El alcance máximo

a) $x = x_0 + v_{0x}t = (v_0 \cos\alpha)\, t = (20 \cos 30º)\, 2 = 34{,}64$ m

$h = h_0 + v_{0y}t + ½\, a\, t^2 = (v_0 \,\text{sen}\,\alpha)\, t - ½\, g\, t^2 = (20 \,\text{sen}\, 30º)\, 2 - 4{,}9 \cdot 2^2 = 0{,}4$ m

$\vec{r}_{t=2} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} \Rightarrow \vec{r}_{t=2} = 34{,}64\,\vec{i} + 0{,}4\,\vec{j}$

b) $v_x = v_{0x} = (v_0 \cos\alpha) = (20 \cos 30º) = 17{,}32$ m/s

$v_y = v_{0y} + at = (v_0 \,\text{sen}\,\alpha) - g\, t = (20 \,\text{sen}\, 30º) - 9{,}8 \cdot 2 = -9{,}6$ m/s

$\Rightarrow \vec{v}_{t=2} = 17{,}32\,\vec{i} - 9{,}6\,\vec{j}$; $|\vec{v}| = 19{,}8$ m/s

c) $y_{max} = \frac{v_0^2 \,\text{sen}^2\alpha}{2g} = \frac{20^2 \,\text{sen}^2 30}{2 \cdot 9{,}8} = 5{,}1$ m $\Rightarrow y_{max} = 5{,}1$ m

d) $x_{max} = \frac{v_0^2 \,\text{sen}\, 2\alpha}{g} = \frac{20^2 \,\text{sen}\, 60}{9{,}8} = 35{,}34$ m $\Rightarrow x_{max} = 35{,}34$ m

PROBLEMAS CINEMÁTICA.

1. CARACTERÍSTICAS DEL MOVIMIENTO.

1.- Se ha dibujado la trayectoria correspondiente al movimiento de traslación de la luna en torno a la Tierra tomando como sistema de referencia fijo:

- ***a) La propia Luna***
- ***b) La Tierra***
- ***c) El Sol***

Identifica la trayectoria correcta en cada uno de los sistemas de referencia elegidos justificando la respuesta.

2.- De las siguientes proposiciones, indica las verdaderas y las falsas. Justifica en todo caso tus respuestas:

- ***a) En el universo, todos los movimientos son relativos.***
- ***b) Un sistema de referencia es un punto de observación del movimiento.***
- ***c) El vector desplazamiento de un móvil es perpendicular a su trayectoria.***
- ***d) El modulo del vector desplazamiento nunca coincide con el espacio recorrido. (2.6)***

3.- ¿Es lo mismo sentido que dirección de un vector?

4.- Un ciclista recorre una curva semicircular de 50 m de radio. ¿Cuál es la distancia recorrida, Δs, y el desplazamiento, Δx?

5.- Un ciclista da cinco vueltas completas en un velódromo. La Distancia recorrida en cada vuelta es 275 m. Halla el espacio recorrido y el desplazamiento total de ciclista.

6.- Completa el siguiente párrafo: " El desplazamiento de un móvil es una magnitud ……., porque no queda definido completamente indicando un …… y una unidad, sino que se debe indicar la ……. y el …… en que tiene lugar. También la posición del móvil sobre la …… es una magnitud …….. En cambio, el espacio recorrido sobre la trayectoria es una magnitud……., porque queda completamente determinado indicando la longitud recorrida y se expresa con un …… y la ……. correspondiente"

7.- Un móvil se encuentra en el instante t_1 en el punto del plano $P_1(4,3)$ y en el instante t_2 en el punto $P_2(-1,1)$. Si todas las unidades corresponden al S.I, calcula:

- ***a) El vector desplazamiento.***
- ***b) El espacio recorrido medido sobre la trayectoria y el espacio recorrido, suponiendo una trayectoria rectilínea y un movimiento sin cambios de sentido. (2.R5)***

8.- Los vectores de posición de un móvil en dos instantes t_1 y t_2 son $\vec{r}_1(-3,5)$ y $\vec{r}_2(4,1)$ respectivamente. Calcula el vector desplazamiento. ¿Puedes calcular el espacio recorrido por el móvil?

9.- El vector de posición de un móvil en un determinado punto de su trayectoria es $\vec{r} = \vec{i} + 2\vec{j}$. Indica su distancia al origen de coordenadas. (2.12) Sol: 2.236 m

2 LA VELOCIDAD.

10.- Efectúa las siguientes transformaciones:

- ***a) 36 km/h; 120 km/h; 6 km/h a m/s***
- ***b) 48 m/s; 10 m/s; 100 m/s a km/h***

11.- Un automóvil recorre una distancia de 300 m en 15s. Calcula su velocidad media en metros por segundo y en kilómetros por hora.

12.- La distancia entre Madrid y Barcelona es 621 km por carretera y 465 km en línea recta.

- ***a) ¿Cuál es la velocidad media de un automóvil que recorre el trayecto en 7 horas?***
- ***b) ¿Y la velocidad media de un avión que tarda 50 minutos en volar entre ambas ciudades?***
- ***c) ¿Cuál ha sido el desplazamiento en ambos casos?***
- ***d) ¿Cuál ha sido el espacio recorrido por cada móvil suponiendo que el avión ha volado en línea recta entre las dos ciudades?***

13.- El vector desplazamiento de un móvil es $\Delta\vec{r} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$ en un tiempo de t = 2s. si el móvil se mueve sobre una trayectoria rectilínea sin cambios de sentido, determina $\vec{v}_m$ y v_m. (2.R6) Sol: 3,6 m/s

14.- En t = 1 s el vector de posición de un móvil es $\vec{r}_1(2,3)$ y en t = 5 s, $\vec{r}_2(5,1)$. (Todas las unidades son del S.I) Calcula: a) El vector desplazamiento. b) El vector velocidad media. c) La velocidad media escalar. (2.14)

3. EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (M.R.U)

15.- Un tren de mercancías circula a 108 km/h. Si inicia su viaje a las 7:15 h y pasa por la siguiente estación a las 7:55 h, ¿cuál es la distancia entre ambas estaciones? Sol: 72 km.

16.- Un ciclista describe un m.r.u con velocidad de 5 m/s: (Sol: 325 m)

- ***a) Si el cronometro se pone en marcha cuando pasa por la posición x = 200 m, escribe la ecuación del movimiento del ciclista.***
- ***b) ¿Cuál es su posición cuando han transcurrido 25 s desde que se empezó a medir el tiempo?***

17.- Un autobús se desplaza por una carretera recta con una velocidad de 90 km/h. En el instante inicial se encuentra en el kilómetro 70:

- ***a) Escribe la ecuación de su movimiento.***
- ***b) ¿En qué posición se encontrará al cabo de media hora? Sol: 115 km***

18.- Un móvil parte en t = 0 de la posición x_0 = 2 m con una velocidad constante de 3 m/s.

- ***a) ¿Cuál es su ecuación de movimiento?***
- ***b) ¿Cuál es la posición del móvil a los 10 segundos de iniciado el movimiento?***
- ***c) ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 47 m? Sol: 32 m y 15 s.***

19.- Sabiendo que la velocidad con que se mueve un cuerpo sobre una trayectoria recta es 10 m/s, calcula su posición a los 10 segundos y la distancia recorrida, sabiendo que a los dos segundos de iniciado el movimiento la posición es 50 m. Calcula la posición inicial del móvil.
Sol: 130 m; 100 m y 30 m.

20.- Sabiendo que la velocidad con que se mueve un cuerpo sobre una trayectoria recta es de 5 m/s, calcula su posición a los 8 segundos y la distancia recorrida. Además, ten en cuenta el dato de que a los dos segundos de iniciado el movimiento la posición es 20 m. Calcula la posición inicial del móvil.
Sol: 50 m; 40 m y 10m

21.- Calcula la velocidad que mantiene un peatón si pasa por la indicación de 40 m en el instante t = 10 s y por la indicación de 80 m en el instante t =50 s. Sol: 1 m/s

22.- Desde el origen 0 parte un móvil hacia la derecha situándose, en 5 segundos, en la posición A=35 m, donde se detiene. Calcula:

- ***a) Su velocidad (módulo y sentido)***
- ***b) El tiempo que tardará en llegar a la posición B = -189 m, si retrocede hacia la izquierda con la misma rapidez. Sol: 7 m/s; 32 s***

23.- Un móvil parte del origen y, al cabo de 1,5 s se encuentra en la posición A = -6 m; frena y cambia de sentido, volviendo con el mismo valor de la rapidez. Calcula el tiempo que tardará en llegar a la posición B = 14 m. Sol: 5s

24.- Un ciclista con M.R.U. inicialmente se encuentra a 2 km del origen de coordenadas y recorre 4 km en 500 s.

- ***a) Calcula su velocidad y expresa la ecuación de su posición.***
- ***b) Indica su posición cuando han transcurrido 100 s.***
- ***c) ¿Cuánto tardará en alcanzar a otro ciclista situado inicialmente a 3 km a la derecha del origen y que circula con otro mru de velocidad v= 3m/s en el mismo sentido? (2.R8)***

Sol: 8 m/s; 2800 m; 200s.

25.- Las posiciones de dos M.R.U están determinadas por las ecuaciones:

$$x_1 = -2 + 2t \text{ y } x_2 = 2 - 4t.$$

Suponiendo que ambos móviles parten al mismo tiempo.

a) ***Indica la posición inicial de ambos móviles.***
b) ***¿Cuál es su velocidad y el sentido del movimiento de ambos?***
c) ***Indica el tiempo que tardan en encontrarse.***
d) ***¿En qué punto se encuentran?*** ***(2.30) Sol: 0,7 s; -0,6 m.***

26.- De Córdoba a las 10:00 h, sale un camión de transportes hacia Madrid por la N-IV con una rapidez constante de 80 km/h. Media hora más tarde, sale un motorista en su persecución llevando una rapidez constante de 110 km/h. ¿Alcanzará el motorista al camión antes de que llegue a Madrid, si se sabe que esta ciudad está de córdoba unos 500 km?

27.- En un safari fotográfico un osado turista se aleja 25 m del autobús para sacar unas fotos. A 320 m del turista (en la misma línea autobús-turista), una hambrienta leona lo ve e inicia su persecución a 90 km/h, mientras que el intrépido y asustado turista regresa a toda prisa al autobús a 13 km/h. Admitiendo que las rapideces de ambos seres fueran constantes desde el principio, ¿almuerza turista la leona?

28.- Dos móviles están separados inicialmente por una distancia de 300 m y comienzan a moverse simultáneamente sobre una recta dirigiéndose el uno al encuentro del otro, el primero a 36 km/h y el segundo a 72 km/h. Determina en qué posición y en qué instante se encuentran.

4. LA ACELERACIÓN.

29.- Una motocicleta que circula a 54 km/h acelera hasta adquirir una velocidad de 72 km/h medio minuto después. Calcula la aceleración media de la motocicleta durante ese tiempo. Sol: 0,17 m/s^2

30.- Un móvil aumenta su rapidez de 20 a 25 m/s en un tiempo de 2,5 s, y otro de 42 a 57 m/s en 7,5 s. ¿Cuál ha sufrido mayor aceleración?

31.- Halla la rapidez que adquiere un móvil en 20 segundos, sabiendo que parte del reposo y se mueve con una aceleración de 0,5 m/s^2. Sol: 10 m/s

32.- Un móvil pasa por un punto A de su trayectoria con una velocidad $\vec{v_A} = 3\vec{i} + 5\vec{j}$ ***y 2 s después pasa por el punto B con una velocidad*** $\vec{v_B} = 7\vec{i} - \vec{j}$ ***(En unidades del SI).***

Determina el vector aceleración media y el valor de su módulo. (2.R7) Sol: 3,6 m/s^2

33.- La velocidad de un móvil en el instante t = 5 s es $\overrightarrow{v_1} = 2\vec{i} + \vec{j}$ ***, y en t = 10 s.*** $\overrightarrow{v_2} = 7\vec{i} + 6\vec{j}$ ***.***
Calcula:

a) ***El vector aceleración media y su módulo.***
b) ***La aceleración media escalar. (2.15) Sol: 1,4 m/s²***

34.- El vector velocidad de un movimiento varia con el tiempo según el vector $\vec{v} = t^2\,\vec{i} + 2t\,\vec{j}$ ***.***
Calcula la velocidad en t = 1 s y en t = 3s.
Calcula el vector aceleración media y su modulo en ese intervalo de tiempo.
(Todas las unidades son del SI) (2.16) Sol: 4,47 m/s²

35.- La aceleración media de un móvil es $\overrightarrow{a_m} = 6\,\vec{i} + 4\vec{j}$ ***. ¿Cuál es la variación de su velocidad en un intervalo de tiempo Δt = 2s? ¿Y su módulo? (2.3) Sol: 14,42 m/s***

4.2 ACELERACIÓN NORMAL.

36.- En un movimiento:

a) ***¿Qué entiendes por aceleración normal?***
b) ***¿Qué tipo de trayectoria implica dicha aceleración.***

37.- Define aceleración normal, indica la fórmula algebraica que nos proporciona su módulo y, a partir de ella, demuestra que su unidad es el m/s².

38.- Dos de las siguientes afirmaciones son falsas. Encuéntralas

a) ***Si un móvil cambia su velocidad, en módulo, tiene aceleración.***
b) ***Un objeto que posee velocidad, posee también aceleración.***
c) ***En un movimiento en el que la velocidad cambia de dirección, hay aceleración tangencial.***
d) ***Si hay aceleración normal y tangencial, quiere decir que cambian el valor y la dirección de la velocidad.***

39.- Un vehículo toma una curva de 25 m de radio con una velocidad de 90 km/h. ¿Cuál ha sido su aceleración normal? Sol: 25 m/s²

40.- Un coche se encuentra dando vueltas en una plaza de 50 metros de radio, con una velocidad constante de 36 km/h. ¿Cuál es su aceleración normal? Sol: 2 m/s²

5. EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (M.R.U.A)

41.- Un automóvil que circula a 60 km/h mantiene una aceleración constante de 0,8 m/s^2 durante 15 s. Calcula la velocidad que ha alcanzado al cabo de ese tiempo. (2.4) Sol: 103,2 km/h.

42.- Un ciclista, que circula a 18 km/h, mantiene una aceleración constante de 0,4 m/s^2 durante 10 s. Calcula la velocidad que ha alcanzado al cabo de ese tiempo. Sol: 32,4 km/h

43.- Un camión circula a una velocidad de 90 km/h. El conductor frena y detiene el vehículo en 12 s. Calcula el valor de la aceleración que los frenos han aplicado al camión suponiendo que ha sido constante. Sol: -2,1 m/s^2.

44.- Un automóvil circula a una velocidad de 72 km/h. El conductor frena y detiene el vehículo en 10 segundos con un m.r.u.a. Calcula el valor de la aceleración aplicada sobre el automóvil. Sol: - 2 m/s^2

45.- Un coche arranca con una aceleración de 2 m/s^2. ¿Qué velocidad habrá alcanzado transcurridos 15 segundos? Calcula la distancia que habrá recorrido en ese tiempo. Sol: 30 m/s; 225 m.

46.- Una bicicleta arranca con una aceleración de 1 m/s^2. ¿Qué velocidad alcanza al cabo de 10 s? ¿Qué distancia ha recorrido hasta entonces? Sol: 10 m/s; 50 m

47.- Un coche pasa de 0 a 100 km/h en 12 s. ¿Cuál es su aceleración? ¿Qué distancia habrá recorrido? Sol: 2,3 m/s^2; 166,32 m

48.- Un móvil se mueve sobre una línea recta con una aceleración constante de 6 m/s^2. En el instante t = 0 se encuentra a 2 m del origen y lleva una velocidad de 2 m/s. Escribe la ecuación del movimiento y calcula la velocidad y la posición del móvil en el instante t = 3 s. Sol: 20 m/s; 35 m.

49.- Un móvil se mueve sobre una línea recta con una aceleración constante de 4 m/s^2. Su posición inicial es 3 m y su velocidad inicial es 0,5 m/s. Escribe la ecuación del movimiento y halla la velocidad y la posición del móvil en el instante t = 5s. Sol: 55,5 m; 20,5 m/s

50.- Un automóvil que lleva una velocidad de 90 km/h acelera hasta alcanzar 108 km/h mientras recorre 100 m. Calcula el tiempo invertido en recorrer ese espacio. (2.19) Sol: 3,63 s

51.- Un camión que circula a 60 km/h acelera hasta 100 km/h manteniendo una aceleración constante de 3 m/s^2. Determina el tiempo empleado y la distancia recorrida. Sol: 3,7 s; 81,96 m

52.- Un móvil circula a 36 km/h, frena y se detiene en 5 segundos:

- ***a) ¿Qué aceleración se ha ejercido?***
- ***b) ¿Qué espacio ha recorrido hasta detenerse?***
- ***c) ¿Qué velocidad posee a los 3 segundos de iniciarse la frenada?***
- ***d) ¿En qué instante ha reducido su velocidad a 10 km/h? Sol: -2 m/s^2; 25 m; 4 m/s; 3,61 s.***

53.- Un vehículo circula a 60 km/h por una vía recta durante 12 minutos de forma constante. Luego acelera a razón de 0,14 m/s^2 durante 15 segundos más. Determinar la distancia total recorrida y la rapidez al final de todo el tiempo. Sol: 12.290.25 m; 18,8 m/s

54.- Calcula la distancia de seguridad que debe dejar un conductor cuyo coche frena con una aceleración de 5 m/s^2, si viaja a 72 km/h y su tiempo de respuesta es de 0,7 s. (2.23) Sol: 54m.

55.- Calcula la velocidad a la que viaja un vehículo que frena con a = 6 m/s^2 si su distancia de seguridad son 40 m y el tiempo de respuesta del conductor es de 0,5 s. (2.25) Sol: 19,11 m/s.

56.- En la novela de Julio Verne "La vuelta al mundo en 80 días", el protagonista Phileas Fogg, ha llegado tarde al puerto por mala suerte y pierde el barco (por 20 minutos) en que debía seguir su viaje, el cual se mueve por el océano a velocidad constante de 36 km/h. Contrata los servicios de una lancha motora para salir (desde el reposo) en su persecución. La lancha es capaz de mantener una aceleración de 0,14 m/s^2. Calcular el tiempo que tarda Phileas Fogg en alcanzar al barco, donde lo alcanza y que velocidad tendrá cada vehículo en ese momento.
Sol: 419,6 s; 16.916 m; 68,8 m/s; 10 m/s

57.- Dos móviles A y B, que se desplazan en la misma dirección y sentido, pasan a la vez por el mismo punto (punto 0), con M.R.U.A El móvil A lleva en ese instante una velocidad de 4 m/s y una aceleración de 2 m/s^2, y el móvil B lleva en ese instante una velocidad de 8 m/s y una aceleración de 1 m/s^2.

- ***a) ¿A qué distancia se encuentra cada uno del punto 0 a los 3 segundos?***
- ***b) ¿Qué distancia les separa a los 3 segundos?***
- ***c) ¿En qué momento se vuelven a encontrar (adelantamiento)? Sol: 21m y 28,5m; 7,5m; 8s y 96 m***

58.-- Desde la ciudad A separada 140 km de la ciudad B por una carretera que las une, sale desde el reposo un motorista con una aceleración constante de $2{,}1\cdot10^{-2}$ m/s^2 hacia B. Justo en el mismo instante, desde B pasa un coche con una rapidez de 20 km/h con una aceleración de $0{,}22\cdot10^{-2}$ m/s^2 al encuentro del motorista. Determinan cuándo y dónde se cruzan y qué rapidez tiene cada uno en el momento de hacerlo.
Sol: 3235,4 s; 109.914,7 m; 67,9 m/s; -12,6 m/s

5.1. LA CAIDA LIBRE Y EL LANZAMIENTO VERTICAL

59.- Se deja caer un cuerpo desde una altura de 100 m hasta el suelo. Calcular:

- ***a) El tiempo que tarda en llegar al suelo.***
- ***b) La velocidad con que llega al suelo.***
- ***c) La velocidad en el punto medio de la trayectoria. (2.R9) Sol: 4,5 s; -44,1 m/s; -31,3 m/s.***

60.- Se deja caer un objeto desde lo alto de una torre de 50 m de altura. Calcular:

- ***a) El tiempo que tarda en llegar al suelo.***
- ***b) La velocidad con que llega al suelo.***
- ***c) La velocidad a 10 metros del suelo. Sol: 3,2 s; -31,3 m/s; -28 m/s.***

61.- Desde una altura determinada se deja caer un cuerpo. Sabiendo que llega al suelo con la rapidez de 49 m/s, si g = 9,8 m/s^2 y no tenemos en cuenta el rozamiento, calcula:

- ***a) El tiempo de vuelo.***
- ***b) La altura desde la que se soltó. Sol: 5s; 122,5 m***

62.- Demuestra que si se deja caer un cuerpo desde una altura h, llega al suelo con una velocidad cuyo módulo está expresado por: (*) $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

63.- Una tubería de agua de una fábrica tiene un escape por el que salen 100 gotas cada 2 minutos. Si la tubería se encuentra a 30 m sobre el suelo y ya ha llegado alguna gota a este, calcula la posición de todas las gotas que se encuentran en el aire en el momento en que empieza a caer una gota cualquiera. (2.28) Sol: 22,95 m; 1,8 m.´´

64.- Se lanza verticalmente hacia arriba, desde el suelo, una piedra con una velocidad inicial de 20 m/s. Calcula qué altura alcanza y qué tiempo tarda en llegar a esa altura. Sol: 2 s y 20,4 m.

65.- Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 144 km/h. Calcula:

- ***a) Que altura máxima alcanza.***
- ***b) La posición, la velocidad y la distancia recorrida a los 3 segundos.***
- ***c) La posición, la velocidad y la distancia recorrida a los 5 segundos.***

Sol: a) 81,6 m; b) 75,9 m; 10,6 m/s; c) 77,2 m; -9 m/s; 86 m

66.- Una piedra lanzada verticalmente desde el suelo alcanza una altura de 30 m. Calcula la velocidad inicial con que se lanzó y el tiempo que ha tardado en llegar a esa altura. Sol: 24,2 m/s; 2,46s

67.- En un partido de fútbol, Casillas por error golpea mal la pelota y la lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 30 m/s.

- ***a) ¿Qué altura máxima alcanza?***
- ***b) ¿Qué posición tiene al cabo de 2 s?***
- ***c) ¿Cuánto tiempo tarda en regresar al suelo? Sol: 45,9 m; 40,4 m; 6,12 s.***

68.- Una persona situada frente a una ventana de 1 m de altura, en el décimo piso de un rascacielos, observa que un balón que cae enfrente de la ventana tarda 0,03 s en atravesar su campo visual (1m) ¿Se podría averiguar de qué piso del rascacielos se ha caído el balón, sabiendo que cada piso tiene una altura de 3 m? (2.26) Sol: Piso 29 del rascacielos.

69.- Desde lo alto de una torre de 100 m se suelta un objeto. Al mismo tiempo, desde la base se lanza verticalmente hacia arriba otro objeto con una velocidad inicial de 80 m/s. Halla:

- ***a) El tiempo que tardan en cruzarse.***
- ***b) La posición del punto en el que se cruzan.***
- ***c) La velocidad de los objetos al cruzarse. (2.24) Sol: 1,25s; 92,34 m; -12,25 m/s y 67,75 m/s***

6. EL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (M.C.U)

70.- Calcula:

- ***a) ¿Cuántas vueltas son 100 radianes?***
- ***b) ¿Cuántos grados son 10 vueltas?***
- ***c) ¿Cuántos radianes son 90º?***

71.- Un cuerpo está describiendo un movimiento circular con la velocidad de 2,25 rad/s. Halla el ángulo que recorre en 12 segundos. Sol: 27 Rad

72.- Calcula el tiempo que tarda en completar una vuelta un móvil que se mueve con un movimiento circular uniforme con velocidad angular de 10 rad/s. Cuantas vueltas completas habrá recorrido el móvil de la actividad anterior en 35 s. Sol: 0,63 s; 55 v

73.- Un tocadiscos gira a 33 r.p.m. Calcula: a) El ángulo descrito en 5 segundos de movimiento. b) La velocidad lineal de un disco, en un punto situado a 20 cm del centro. c) La distancia recorrida en 5 segundos. Sol: 17,32 rad; 0,69 m/s; 3,45 m.

74.- Un tocadiscos gira a 45 r.p.m. Calcula: a) El número de vueltas en 10 segundos de movimiento. b) La velocidad lineal de un disco, en un punto situado a 8 cm del centro. c) La distancia recorrida por el punto anterior en 2 segundos. Sol: 7,5 vueltas; 0,38 m/s; 0,76 m.

75.- Si el radio de la rueda de un coche es 15,9 cm, ¿cuántas vueltas dará una rueda para recorrer 1 km? Si el coche circula a 108 km/h, calcula la velocidad angular de las ruedas en r.p.m y en rad/s. Sol: 1001 v; 188,68 rad/s; 1801 rpm

76.- Un cochecito da vueltas por una pista circular, de forma que recorre 1 m de pista en 10s. El radio de la pista es 50 cm:

- ***a) ¿Cuál es su velocidad lineal?***
- ***b) Calcula la velocidad angular de giro del cochecito.***
- ***c) ¿Cuántas vueltas da en un minuto? Sol: 0,1 m/s; 0,2 rad/s; 1,9 rpm***

77.- Un ciclista que mantiene una velocidad constante de 35 km/h recorre una pista circular de 30 m de radio. Halla la velocidad angular y el tiempo que tarda en dar una vuelta. Sol: 0,324 rad/ s; 19,4 s

78.- Un ciclista recorre una pista circular de 20 m de radio con una velocidad constante de 36 km/h. Calcula:

- ***a) La distancia que recorre sobre la circunferencia en 3 s.***
- ***b) El ángulo que ha descrito en ese tiempo.***
- ***c) La velocidad angular que lleva. Sol: 30 m; 1,5 rad; 0,5 rad/s.***

79.- Una motocicleta da vueltas a una pista circular de 50 m de diámetro con una velocidad constante de 54 km/h. Calcula:

- ***a) El espacio que recorre sobre la circunferencia cada 10 s.***
- ***b) El ángulo que describe en ese tiempo.***
- ***c) La velocidad angular. Sol: 150 m; 6 rad y 0,6 rad/s.***

80.- Un móvil lleva la velocidad de 25 r.p.m. Calcula:

- ***a) Su velocidad angular, su período y su frecuencia.***
- ***b) El ángulo que recorre en 8 segundos.***
- ***c) El número de vueltas que habrá dado en los 8s.***

Sol: a)2,62 rad /s; 2,39 s; 0,42Hz; b)20,96 rad; 3,36 v

81.- Un móvil es capaz de dar 15 vueltas en 5s. Calcula:

- ***a) Su velocidad angular, su período y su frecuencia.***
- ***b) El número de vueltas que dará en 20 segundos.***
- ***c) Si el radio de la pista circular es de 6 m, ¿cuál será su velocidad lineal?***
- ***d) El arco que recorre en 10 s. Sol: 6π; 0,33s; 3 Hz; 60 vueltas; 36π m/s y 360 π.***

6.2 ACELERACIÓN CENTRIPETA.

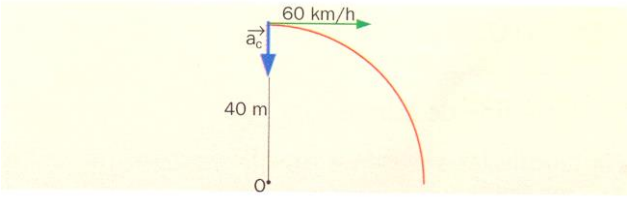
82.- Un coche toma una curva de 50 m de radio con una velocidad de 30 km/h. ¿Qué aceleración centrípeta actúa sobre el vehículo y sobre los pasajeros? Sol: 1,38 m/s^2

83.- Las ruedas de un vehículo tienen 30 cm de radio y giran a una velocidad angular de 956 r.p.m. Calcula:

- ***a) La velocidad angular de las ruedas en rad/s.***
- ***b) La velocidad lineal del coche en m/s.***
- ***c) La aceleración de un punto situado en la periferia de la rueda.(2.5)***

Sol: 100,38 rad/s; 30,11 m/s; 3022 m/s^2

84.- Un automóvil toma una curva de 40 m de radio con una velocidad constante de 60 km/h. ¿Cuánto vale la aceleración que actúa sobre el automóvil? (2.39)
Sol: 6,94 m/s^2



85.- Dos patinadores se encuentran girando con un m.c.u alrededor de un poste metálico fijo que actúa de eje de giro. Para ello, se mantienen agarrados a una cuerda que a su vez está sujeta al poste de forma que puede girar y se mantiene tensa. Un patinador se encuentra a 3 m del eje y tiene una velocidad de v = 6 m/s. El otro patinador gira a 4 m del eje.

- ***a) Calcula la velocidad angular que poseen los patinadores.***
- ***b) ¿Qué velocidades lineales tienen ambos?***
- ***c) Calcula la aceleración que poseen ambos patinadores. ¿Es la misma? Dibuja estas aceleraciones.***
- ***d) Si el patinador externo se suelta de la cuerda, indica la dirección en la que se moverá. (2.43)***

Sol: 2 rad/s; 6 m/s y 8 m/s; 12 m/s^2 y 16 m/s^2

7. COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS.

86.- Un barco de mercancías de 200 m de longitud comienza a separarse de un dique a 2 m/s. En su punto central, una persona anda hacia el dique a 1 m/s. ¿A qué distancia del dique estará al cabo de 10 s? Realiza los cálculos aplicando el principio de superposición y el principio de independencia de movimientos. (3.R1) Sol: 110m

87.- Una cinta transportadora se mueve a 5 km/h respecto al suelo.

- ***a) ¿Cómo debe moverse una persona sobre la cinta para permanecer inmóvil respecto al suelo?***
- ***b) ¿Cómo debe moverse una persona en el suelo para permanecer inmóvil respecto a la cinta?***

88.- La máquina de un tren se encuentra a 1000 m de una estación y avanza hacia ella a 20 m/s. Un viajero corre desde la máquina hacia la cola del tren a una velocidad de 3 m/s respecto al tren.
Indica la posición del viajero respecto a la estación en función del tiempo.
¿A qué distancia se encontrará el viajero de la estación cuando llegue a ella la máquina? (3.R2)
Sol: x_t = -1000 + 17 t; -150 m.

89.- Un barco de 200 m de longitud se aleja de un dique a 10 m/s. Sobre su cubierta se mueve una cinta transportadora en dirección al dique a 5 m/s respecto al barco. Desde el centro del barco, inicialmente a 200 m del dique y montando en la cinta, un pasajero camina en sentido opuesto al dique a 3 m/s respecto a la cinta. Indica a qué distancia del dique se encontrará después de 8s. (3.8)
Sol: 264 m.

90.- La corriente en chorro del golfo de México sopla sobre Europa a una velocidad de 200 km/h y una altitud de unos 8000 m. Indica su posible influencia en la duración de los viajes de los aviones entre Europa y América (3.10)

91.- Un globo en reposo a 100 m de altura lanza un cohete que asciende acelerando a razón de 2 m/s^2 respecto al globo. Indica su aceleración respecto al suelo. (3.7)

92.- Un ascensor de un rascacielos sube con una velocidad constante de 10 m/s. Cuando se encuentra a 150 m de altura se deja caer un objeto. Calcula el tiempo que tarda en llegar al suelo. (3.R3)
Sol: 6,6 s.

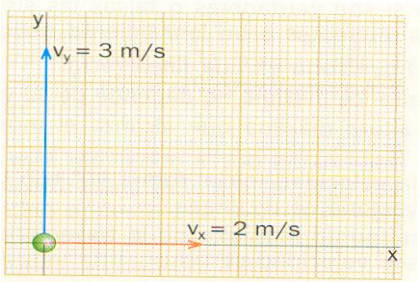
93.- Un globo asciende con una velocidad constante de 8 m/s. Cuando está a 500 m de altura suelta un lastre. Despreciando el rozamiento con el aire, calcula:

- ***a) El tiempo que tarda el lastre en caer al suelo.***
- ***b) La velocidad con que llega al suelo. (3.9) Sol: 11s; -99,8 m/s***

94.- En el gráfico hay un punto situado en el origen que tiene una velocidad con proyecciones constantes sobre los ejes.

- ***a) Calcula la posición $\vec{r}$ del punto después de 5 s.***
- ***b) Calcula su vector velocidad en ese momento (3.11)***

Sol: r_5= 10 i + 15 j



95.- Un móvil está sometido a dos movimientos rectilíneos uniformes simultáneos de velocidades $\vec{v}_1 = 15\vec{i}$ y $\vec{v}_2 = 25\vec{j}$. Si el móvil se encuentra inicialmente en el punto A (4,3) del plano cartesiano, determina:

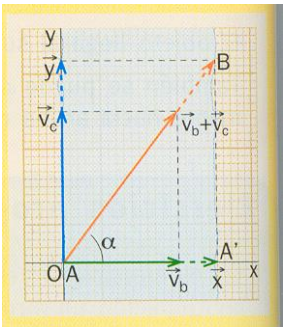
- ***a) La velocidad del móvil.***
- ***b) Su posición al cabo de 4 s.***
- ***c) ¿Qué tipo de trayectoria seguirá el móvil? (3.17)***

96.- Un avión vuela en dirección sur-norte a 900 km/h hacia el norte, y es arrastrado por un viento este-oeste de 100 km/h, dirección este. Calcula la velocidad del avión respecto a tierra y la dirección de su movimiento. (3.12) Sol: 905,5 km/h

97.- Un velero navega sobre un lago con el agua en calma. El viento sopla en dirección norte-sur e impulsa el barco con una velocidad de 3 m/s hacia el norte. Asimismo, el velero lleva un motor auxiliar funcionando que impulsa el barco con una velocidad de 4 m/s en una dirección este-oeste hacia el este. Determina la dirección de avance del barco y el valor numérico de su velocidad (3.15)
Sol: 5 m/s; 36,87 º

98.- Un nadador pretende cruzar un río de 50 m de ancho hasta el punto exactamente enfrente del de partida. Si la corriente del río tiene una velocidad de 5 m/s indica si esto es posible. (3.16)

99.- Una barca trata de cruzar un río de 20 m de ancho cuya corriente posee una velocidad de 2,0 m/s. Para ello, parte con una velocidad de 1,5 m/s respecto a la orilla desde el punto A de la figura al punto A´, situado enfrente de A y en la orilla opuesta. Indica el tiempo que tarda en cruzar y la deriva de la barca. (2.R4)



Sol: 13,3 s; 25 m.

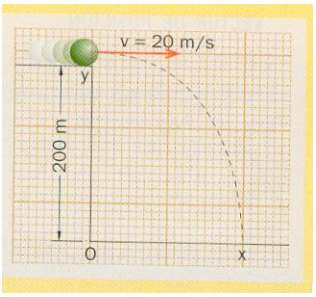
100.- Un piragüista, a bordo de su piragua, quiere cruzar un río de 50 m de ancho que posee una corriente de 3 m/s. La piragua se desplaza con un M.R.U de 5 m/s perpendicular a la corriente. Calcula:

- ***a) El tiempo que tardará en cruzar el río.***
- ***b) La distancia que es arrastrado río abajo.***
- ***c) El tipo de trayectoria que describe***
- ***d) Realiza los cálculos suponiendo el principio de independencia de movimientos. (3.13)***

Sol: 10s; 30 m.

7.1 LANZAMIENTO HORIZONTAL

101.- Una esfera rueda a 20 m/s sobre una superficie horizontal y llega a un precipicio vertical de 200 m. Calcula el tiempo que tarda en llegar al fondo del mismo, la velocidad de la bola al cabo de 5s y la distancia a la que cae de la base del precipicio. (3.R5)



Sol: 6,4 s; 53 m/s; 128 m

102.- Desde un punto elevado 150 m sobre el suelo se lanza un objeto con una velocidad horizontal de 300 m/s. Calcula:

- ***a) El tiempo que tardará en llegar al suelo***
- ***b) La velocidad con la que llegará***
- ***c) Las componentes de la velocidad en t = 3 s***
- ***d) La altura sobre el suelo en ese momento.***
- ***e) El alcance horizontal del objeto. (3.21) Sol: 5,53s; 304,85 m/s; 301,44 m/s; 105,9 m; 1659 m***

103.- Un avión de aprovisionamiento vuela a 5000 m de altura sobre una isla con una velocidad horizontal de 200 m/s. Se desea dejar caer un paquete sobre la isla. Calcula:

- ***a) El tiempo que tardará el paquete en llegar al suelo.***
- ***b) La distancia sobre la vertical de la isla a la que debe soltarse el paquete. (3.22)´***

Sol: 31,95s; 6388 m

104.- Desde lo alto de un acantilado, a 180 m sobre el nivel del mar, lanzamos, con ayuda de una raqueta, una pelota con una velocidad horizontal de 26,4 m/s. Calcula:

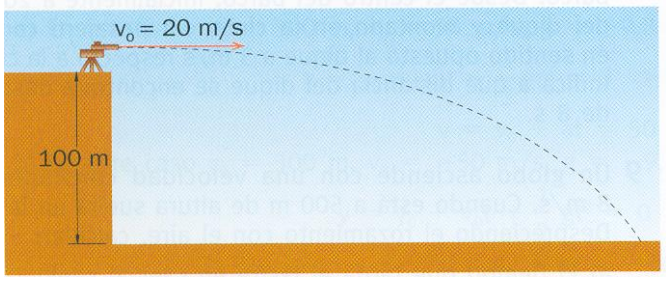
- ***a) La distancia a la que se encontrara del pie del acantilado cuando impacte con el mar***
- ***b) La velocidad con la que impactara con el mar***
- ***c) El tiempo que tardara en llegar***
- ***d) La velocidad que tendrá al cabo de 4 s.***
- ***e) La altura sobre el suelo en ese momento. Sol: 159,9 m; 64,99 m/s; 6,06 s; 47,26 m/s; 101,6 m***

105.- Desde un rascacielos de 300 m de altura se lanza un objeto con una velocidad inicial de 50 m/s. Calcula el tiempo que transcurre hasta que llega al suelo y con qué velocidad llega en cada uno de los casos:

- ***a) Si se lanza verticalmente hacia arriba.***
- ***b) Si se lanza verticalmente hacia abajo.***
- ***c) Si se lanza horizontalmente (En este caso calcular también la distancia al edificio cuando llega al suelo)***
- ***d) Si se lanza con un ángulo de 30º (Calcular también distancia al edificio) (3.8)***

Sol: a) 14,4s y -91,1m/s; b)4,2s y -91,1m/s c) 7,82s; -76,73 m/s; 91,47m/s y 391m; d) 10,78s; -91,52m/s y 466,8m

106.- A partir del siguiente gráfico de un lanzamiento horizontal, calcula la altura del móvil sobre el suelo después de 3 s y la velocidad en ese momento. (3.19)



Sol: 55,9 m; 35,56 m/s

107.- La azotea de un edificio está situada a 34 m del suelo, mientras que el edificio de la acera de enfrente tiene una altura de 19 m y está situado de él horizontalmente 5 m. ¿Qué velocidad horizontal mínima hace falta adquirir en el edificio más alto para cruzar la calle "en un salto de altura"? (Q37-copernico) Sol: 2,85 m/s

108.- Desde la azotea de un edificio sale disparado un huevo con una velocidad de 60 km/h e impacta sobre un señor situado a 200 metros de la base del edificio, Calcula la altura que tendrá el edificio en cuestión. Sol: 705,6 m

7.2 LANZAMIENTO OBLICUO.

109.- Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones referentes a un lanzamiento oblicuo: La trayectoria es una línea recta.

- ***a) El alcance máximo no depende de su velocidad inicial.***
- ***b) La altura máxima que alcanza el móvil no depende de v_{0y}***
- ***c) Si la velocidad inicial forma 90 º con la horizontal, la trayectoria es rectilínea.***
- ***d) En el punto más alto de la trayectoria, el móvil solo posee velocidad vertical. (3.28)***

110.- Un futbolista realiza un lanzamiento de balón con una velocidad inicial de 20 m/s y que forma un ángulo con el suelo de 30 º. Calcula:

- ***a) Su vector de posición cuando t = 2 s después del lanzamiento.***
- ***b) Su vector de velocidad y su módulo en ese momento.***
- ***c) La altura máxima del lanzamiento y el alcance máximo. (3.25)"***

Sol: (34,64; 0,4) m; (17,32; -9,6) m/s y 19,8 m/s; 5,1 y 35,34 m.

111.- Se realiza un lanzamiento oblicuo con una velocidad inicial de 600,0 m/s que forma 30 º con el suelo horizontal. Calcula:

- ***a) Su vector de posición cuando t = 3 s después del lanzamiento.***
- ***b) La velocidad al cabo de 2 s del lanzamiento.***
- ***c) La altura máxima que alcanza el objeto.***
- ***d) El alcance máximo del mismo. ¿Podría conseguir el mismo alcance con la misma v_0 otro ángulo de lanzamiento?***
- ***e) La velocidad final en el momento que impacta con el suelo. (3.R6)***

112.- Se lanza un objeto con una velocidad inicial de 400 m/s que forma un ángulo de 30º con la horizontal.

1. ***Su vector de posición cuando t= 3 s después del lanzamiento.***
2. ***¿Qué altura máxima alcanza?***
3. ***¿Cuál es su alcance máximo?***
4. ***Si el lanzamiento se hubiese realizado desde una torre de 350 m de altura, calcula la distancia de la base de la torre a la que cae el objeto y el tiempo que tarda. (3.29)***

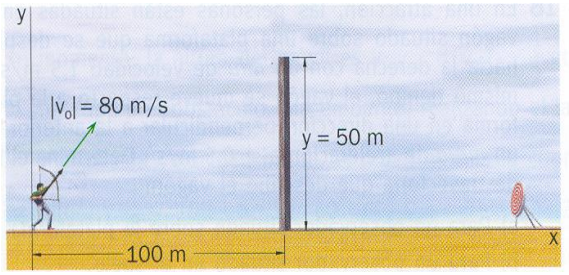
Sol: r (1039,23, 555,9); 2040,8 m; 14.139,2 m; 14.722,43 m

113.- Se lanza un objeto con una velocidad inicial de 200 m/s y con una elevación de 45 º sobre la horizontal. El punto de lanzamiento se encuentra sobre un acantilado de 150 m de altura sobre el mar.

1. ***¿Cuánto tarda el proyectil en caer al mar?***
2. ***¿Cuál es la distancia horizontal al punto de impacto?***
3. ***Qué altitud máxima sobre el mar adquiere el proyectil. (3.30) Sol: 29,9 s; 4228,5 m; 1170,4 m.***

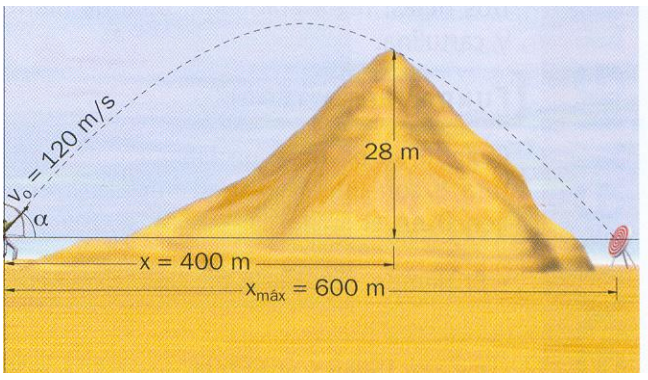
114.- Se realiza un lanzamiento oblicuo con una velocidad inicial v_0, que forma un ángulo de 25º con la horizontal. Calcula, para la misma velocidad inicial, un ángulo diferente de lanzamiento bajo el cual el móvil tiene el mismo alcance máximo. (3.24)

115.- Un arquero, realizando el máximo esfuerzo, es capaz de impulsar una flecha a una velocidad inicial de 80 m/s. Si el ángulo de disparo es de 30 º, la flecha da justo en el blanco.
Indica razonadamente si con los datos de la figura la flecha pasará por encima del obstáculo.
En caso negativo, indica si habrá alguna forma de conseguir que la flecha llegue al blanco. (3.26)



116.- Calcula el alcance de un lanzamiento si se efectúa con un ángulo de 40º y alcanza una altura máxima de 250 m. (3.2) Sol: 1192 m

117.- Se realiza un lanzamiento oblicuo con una velocidad inicial de 300 m/s.

a) ***¿Qué ángulos de lanzamiento son posibles para incidir sobre un blanco situado a 5000 m?***
b) ***¿Cuál es el tiempo de vuelo en ambos casos?***
c) ***Calcula las alturas máximas de las trayectorias respectivas (3.32)***

Sol: 16,5º y 73,5º; 17,4 s y 58,7s; 370,4 m y 4221,4 m.